

1. Generáljuk le azon  $(m, k)$  pozitív egész számpárok listáját, amelyekre az alábbi feltételek egyszerre teljesülnek! (2 pont)

- $26 \leq m \leq 500$
- $k^2(m - k)^2 \leq m(m - 1)(3k + m)$
- $\sqrt{2m} - \frac{1}{2} < k < 2\sqrt{m}$

2. Lineáris programozás (4 pont)

A lineáris programozás egy olyan optimalizálási feladat, ahol egy  $\vec{c} \cdot \vec{x}$  alakú kifejezés (ahol  $\vec{c}, \vec{x} \in \mathbb{R}^n$ ) maximumát vagy minimumát keressük  $\vec{x}$ -ben, rögzített  $\vec{c}$  és további lineáris feltételek mellett. Lineáris feltételből tetszőlegesen sok lehet, és mindegyik  $\vec{a}_i \cdot \vec{x} \geq b_i$ , vagy  $\vec{a}_i \cdot \vec{x} = b_i$  alakú, ahol  $\vec{a}_i \in \mathbb{R}^n$  és  $b_i \in \mathbb{R}$ .

A Wolfram Mathematica `LinearProgramming` függvénye ilyen problémák megoldására alkalmas. Írjunk egy `solveLinear[k_, m_]` függvényt, ami megoldja a következő lineáris programozási feladatot! Keressük azt az  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$  vektort, ami maximalizálja a

$$\sum_{i=1}^4 \left(i - \frac{k^2}{m}\right)^2 x_i$$

kifejezést a bemenetként kapott  $k$  és  $m$  egész számok függvényében az alábbi feltételekkel.

- $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = m$ ;
- $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = k^2$
- $k_1 + k_3 \leq k$ .

A csavar a végére mindössze annyi, hogy  $x_1, x_2, x_3, x_4$  egész számok kell, hogy legyenek (ehhez a `LinearProgramming` függvénynek egyetlen plusz paramétert kell megadnunk)!

*Segítség:  $m = 26, k = 8$  esetben a  $(8, 8, 0, 10)$  lesz a megoldás*

3. Brown-mozgás (3 pont)

Készítsünk egy listát egészekből, ahol az egymás követő elemek véletlenszerűen eggyel kisebbek vagy nagyobbak mint az előző, az első elem pedig 0! Használjuk a `RandomChoice` és az `Accumulate` függvényeket!

Ha megvan a lista, ábrázoljuk `ListLineplot`-tal. Ezzel készen állunk arra, hogy az egészet `Manipulate`-be csomagoljuk. Állítható legyen a lista hossza, valamint a `RandomChoice` súlyai. Eredetileg ugyanis egyenlő valószínűséggel választ minden elemet, ezeket a valószínűségeket legyen lehetőség módosítani!

4. Plot-eltalálás (3 pont)

Készítsük el az alábbi grafikon hiteles másolatát! Ehhez a `Plot` helpjében (F1) nézzük meg az Options legördülő listából az alábbiakat: `AxesLabel`, `AxesOrigin`, `AxesStyle`, `Filling`, `PlotLegends`.

