Matematika A2a - Vektorfüggvények
MINTA 2. ZH. (Kb. ilyen nehézségű kérdések várhatók a 2. ZH-ban):

A 2. ZH megoldásához 45 perc áll rendelkezésükre. Mindegyik esetben láthatják a helyes válasz pontszámát. Csak a feladatlapon kitöltött válaszokat pontozzuk! Hibás válaszért nem jár pontlevonás!

1. **Feladat:** Tekintse az $\begin{cases} x+y+z = 2q \\ 2x-3y+2z = 4q \\ 3x-2y+pz = q \end{cases}$ egyenletrendszert!

a) (3 pont) Amennyiben elvégzi elemi sorműveletekkel a Gauss-eliminációt (nem a Gauss-Jordan-félét, csak a Gauss-módszert!) úgy, hogy megőrzi a fenti egyenletek sorrendjét, a következő kibővített mátrixot kapja eredményül:
…

b) (1 pont) Az egyenletrendszer megoldáshalmaza üres akkor és csak akkor, ha …

c) (1 pont) Az egyenletrendszer megoldáshalmaza pontosan egyelemű akkor és csak akkor, ha …

d) (1 pont) Az egyenletrendszer megoldáshalmaza végtelen számosságú akkor és csak akkor, ha …

2. **Feladat:** Tekintse az alábbi mátrixot:
$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

a) (1 pont) Az **A** mátrix sajátértékei a következők: **…**

b) (3 pont, szétbontható) A sajátértékekhez tartozó sajátvektorok a következők (figyeljünk az indexekre is!):
…

c) (1 pont) Az **A** mátrix egy diagonalizáló mátrixa a következő: …

3. **Feladat:** Tekintse a $z = f(x,y)$ egyenletű felületet az $\mathbb{R}^3$ térben, ahol $f(x,y) = (y+x^2)(y-x^3)+3,\ (x,y) \in \mathbb{R}^2$.

a) (1 pont) Ekkor $f'_x(x,y) = \cdots$

b) (1 pont) Ekkor $f'_y(x,y) = \cdots$

c) (1 pont) Ekkor az f függvény $(1,1)$ -ben tekintett gradiensvektora $= \cdots$

d) (1 pont) Ekkor az $\big(1,1,f(1,1,)\big)$ pontban a felülethez húzott érintősík egyenlete a következő ...

4. **Feladat:** Tekintse az alábbi kétváltozós függvényt: $f(x,y) = x^3 - 3x^2 + 2xy + y^2, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2$.

a) (1 pont) Ekkor $f''_{xy}(x,y) = \cdots$

b) (1 pont) Ekkor az f függvény Hesse-mátrixa a következő: …

c) (2 pont) Ekkor az f függvény lokális szélsőértékhelye(i) és típusa(i) a következő(k): …
(A pont csak akkor jár, ha odaírja azt is, hogy lokális minimumhely vagy lokális maximumhely!)

d) (1 pont) Ekkor az f függvény nyeregpontja(i) a következő(k): …