Matematika A2a - Vektorfüggvények, 2021/2022/2. félév

MINTA 2. ZH
Kb. ilyen nehézségű kérdések várhatók a (Moodle) 2. ZH-ban:

A ZH ismertető szövege a Moodle-ban kb. a következő lesz:

„A Moodle-ZH megoldásához 45 perc áll rendelkezésére. Mindegyik feladatban akár több helyes és helytelen válasz lehet (előre nem lehet tudni a helyes válaszok számát), de az biztos, hogy a 0 pontot érő „Nem válaszolok" opción kívül van a feladatban legalább egy helyes válasz és legalább egy helytelen válasz is. Ezért fogalmazunk minden feladatban úgy, hogy „Válasszon ki egyet vagy többet", azt értve ezen, hogy az összes helyes választ kéri, csak nem lehet előre tudni, hány válasz helyes: egy vagy több. A kiválasztott helyes válaszokra részpontszámokat kapnak úgy, hogy minden feladatban az összes helyes válasz megtalálása a feladat pontszámának 100%-át éri. A kiválasztott helytelen válaszokra pedig negatív részpontszámok járnak úgy, hogy egy feladaton belül az összes helytelen válasz megtalálása a feladat pontszámának (-100)%-át éri. Tehát ez a szabály azt is jelenti, hogy egy-egy helyes válasz pontértéke csupán attól függ, hogy a feladat hány pontos és hány helyes válasz van az adott feladatban."

1. **Feladat:** Tekintse az $\begin{cases} x+y+z = 2q \\ 2x-3y+2z = 4q \\ 3x-2y+pz = q \end{cases}$ egyenletrendszert!

Válasszon ki egyet vagy többet:

a) Gauss-módszerrel elérhetjük azt, hogy az egyenletrendszer $[\boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{b}]$ kibővített együtthatómátrixával ekvivalens mátrix utolsó sora $0 \quad 0 \quad p-3 \mid -5q$ legyen.

b) Gauss-módszerrel elérhetjük azt, hogy az egyenletrendszer $[\boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{b}]$ kibővített együtthatómátrixával ekvivalens mátrix utolsó sora $0 \quad 0 \quad p-5 \mid 3q$ legyen.

c) Gauss- módszer elvégzése után az $[\boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{b}]$ kibővített mátrixban van tiszta nullákból álló sor, ha $p = 5$ és $q = 1$.

d) Az egyenletrendszer megoldáshalmaza üres $\Leftrightarrow p = 3$ és $q \neq 0$.

e) Az egyenletrendszer megoldáshalmaza pontosan egyelemű $\Leftrightarrow p \neq 3$ és $q = 0$.

f) Az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van $\Leftrightarrow p = 3$ és $q = 0$.

g) Nem válaszolok.

2. **Feladat:** Tekintse az alábbi mátrixot:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Válasszon ki egyet vagy többet:

a) Az **A** mátrix sajátértékei $\lambda_1 = 3,\ \lambda_{2,3} = -3$.

b) Az **A** mátrix sajátértékei $\lambda_1 = -3,\ \lambda_{2,3} = 3$.

c) Az **A** mátrix nem diagonalizálható.

d) A $\lambda = -3$ sajátértékhez tartozó sajátvektorok $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{t} \\ \mathbf{0} \\ -\boldsymbol{t} \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

e) A $\boldsymbol{\lambda} = 3$ sajátértékhez tartozó sajátvektorok $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{t} \\ 2\boldsymbol{t} \\ \boldsymbol{t} \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{t} \in \mathbb{R}$.

f) Nem válaszolok.

3. **Feladat:** Tekintse a $z = f(x,y)$ egyenletű felületet az $\mathbb{R}^3$ térben, ahol
$f(x,y) = (y+x^2)(y-x^3)+3,\ (x,y) \in \mathbb{R}^2$.

Válasszon ki egyet vagy többet:

a) $f'_x(x,y) = -5x^4 - 3x^2y - 2xy.$

b) $f'_y(x,y) = -x^3 + x^2 - 2y.$

c) Az f függvény $(1,1)$ -ben tekintett gradiensvektora $(6,-2)$.

d) Az $\big(1,1,f(1,1,)\big)$ pontban a felülethez húzott érintősík egyenlete $-6x + 2y - z + 7 = 0$.

e) Nem válaszolok.

4. <u>Feladat:</u> Tekintse az alábbi kétváltozós függvényt:

$$f(x,y) = x^3 - 3x^2 + 2xy + y^2, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

Válasszon ki egyet vagy többet:

a) $f''_{xy}(x,y) = 2$

b) Az f függvény Hesse-mátrixa a $(0,0)$ helyen pozitív definit, ezért a $(0,0)$ egy lokális minimumhelye az f függvénynek.

c) $\left(\frac{8}{3},-\frac{8}{3}\right)$ egy lokális minimumhelye az f függvénynek.

d) $\frac{256}{27}$ lokális maximum értéke az f függvénynek.

e) Az f függvény Hesse-mátrixa negatív definit a $\left(\frac{8}{3},-\frac{8}{3}\right)$ helyen.

f) Nem válaszolok.