NÉV:
NEPTUN KÓD: **Hozott pontok összesen**:
Matematika A2a - Analízis, MINTAVIZSGA **X csoport**
A megoldáshoz 90 perc áll rendelkezésükre. Mindegyik esetben láthatják a helyes válasz pontszámát. Csak a feladatlapon kitöltött válaszokat pontozzuk! Hibás válaszért nem jár pontlevonás.

1. Feladat Tekintse az alábbi improprius integrált:

$$\int_0^\infty \frac{2x-3}{x^2+11x+10}\,\mathrm{d}x$$

☐ a) (1 pont) Ez az integrál az alábbi határértékkel egyenlő: ...
☐ b) (4 pont, nem szétbontható) Az integrandus függvény parciális törtekre bontva a következő:

$$\frac{2x-3}{x^2+11x+10} = ...$$

☐ c) (4 pont, szétbontható) A határozatlan integrál a következő

$$\int \frac{2x-3}{x^2+11x+10}\,\mathrm{d}x = ...$$

☐ d) (1 pont) Az improprius integrál értéke

$$\int_0^\infty \frac{2x-3}{x^2+11x+10}\,\mathrm{d}x = ...$$

2. Feladat Tekintse az $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}^{\mathbf{T}}\cdot\mathbf{X}-\mathbf{B}=3\mathbf{X}$ mátrixegyenletet, ahol $\mathbf{a}=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{bmatrix}-2\\0\\1\end{bmatrix}$ és $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1&0&-1\\-1&1&1\\2&0&0\end{bmatrix}$.
☐ a) (2 pont) $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}^{\mathbf{T}} = ...$

☐ b) (4 pont, nem szétbontható) A mátrixegyenlet átírható $\mathbf{D}\cdot\mathbf{X}=\mathbf{B}$ alakba, ahol $\mathbf{D} = ...$
☐ c) (1 pont) $\det\mathbf{D} = ...$
☐ d) (1 pont) Az $\mathbf{X}$ megoldásmátrix első sora ...
☐ e) (1 pont) Az $\mathbf{X}$ megoldásmátrix második sora ...
☐ f) (1 pont) Az $\mathbf{X}$ megoldásmátrix harmadik sora ...

3. Feladat Tekintse az alábbi paraméteres lineáris egyenletrendszert:

$$\begin{cases} x & +y & +2z = & 1 \\ 3x & +y & = & -3 \\ 2x & +y & +cz = & d \end{cases}$$

□ a) (4 pont) Amennyiben elvégzi elemi sorműveletekkel a Gauss-eliminációt (nem a Gauss-Jordan-félét, csak a Gauss-módszert!) úgy, hogy megőrzi a fenti egyenletek sorrendjét, a következő kibővített mátrixot kapja eredményül: ...
□ b) (2 pont) Az egyenletrendszer megoldáshalmaza üres akkor és csak akkor, ha ...
□ c) (2 pont) Az egyenletrendszer megoldáshalmaza pontosan egyelemű akkor és csak akkor, ha ...
□ d) (1 pont) Az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van akkor és csak akkor, ha ...
□ e) (1 pont) Végtelen sok megoldás esetén a megoldások a következők: ...

4. Feladat Tekintse az alábbi mátrixot:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

□ a) (2 pont) Az **A** mátrix sajátértékei: ...
□ b) (6 pont, szétbontható) A sajátértékekhez tartozó sajátvektorok (elég egy reprezentánst megadni mindenhová, és figyeljen, hogy a sajátvektorokat a megfelelő sajátértékekhez írja): ...

□ c) (2 pont) Az **A** mátrix egy diagonalizáló mátrixa pl. a következő: ...

5. Feladat Tekintse az alábbi numerikus sorokat:

$$1) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{22^n}$$

$$2) \quad \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n}{n+6} \right)^{11n}$$

□ a) (3 pont) Az 1) pontban szereplő numerikus sor geometriai sor, melynek kvóciense = ... és első tagja = ...
□ b) (2 pont) Az 1) pontban szereplő numerikus sor geometriai sor, melynek sorösszege = ...
□ c) (3 pont) A 2) pontban szereplő numerikus sor általános tagjának határértéke = ...

□ d) (2 pont) A 2) pontban szereplő numerikus sor konvergenciájáról a következőt állítjuk: ...

6. Feladat Legyen $f(x,y) = x^3 - 3x^2 + 2xy + y^2, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2$.
□ a) (2 pont, szétszedhető) Ekkor $f'_x(x,y) = ...$ és $f'_y(x,y) = ...$
□ b) (1 pont) Ekkor a lehetséges lokális szélsőértékhelyek a következők ...
□ c) (2 pont, szétszedhető) Ekkor $f''_{xx}(x,y) = ...$ és $f''_{yy}(x,y) = ...$

□ d) (1 pont) Ekkor az f függvény Hesse-mátrixa a következő: $\mathbf{H}(x,y) = ...$
□ e) (4 pont, szétbontható) Ekkor az f lokális szélsőértékhelyei *és azok típusai* a következők: ...