

Mintavizsga (közgazdász hallgatóknak)

Ebben a (90 perces) Mintavizsgában a teljes feladatok szerepelnek, **nincs még teszt alakúra átírva. A vizsga mindenkinek teremben lesz lebonyolítva és papírra kinyomtatott teszt lesz.** Az összes piszkozatlapot/megoldást is bekérjük, hogy azt is leellenőrizhesük, de a pontozásnál csak a tesztlapon bejelölt rubrikák számítanak!

1) Számítsa ki az

$$\int_0^{\infty} \frac{4x + 6}{x^2 + x + 1} dx$$

integrált! (10 pont)

2) Határozza meg azt az \mathbf{X} mátrixot, amelyre

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^T \cdot \mathbf{X} - \mathbf{B} = 3\mathbf{X}, \text{ ahol } \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ és } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \text{ (10 pont)}$$

3) Oldja meg Gauss-Jordan módszerrel az alábbi lineáris egyenletrendszert! Mennyi az egyenletrendszer szabadságfoka? Írja fel a hozzárendelt homogén lineáris egyenletrendszer általános megoldását!

$$\begin{cases} x_1 - x_2 & +x_3 - x_4 & +2x_5 & =6 \\ 3x_1 + x_2 & -x_3 + 2x_4 & -x_5 & =3 \\ 7x_1 + x_2 & -x_3 + 3x_4 & & =12 \\ 8x_1 + 4x_2 & -4x_3 + 7x_4 & -5x_5 & =3. \end{cases} \quad (10 \text{ pont})$$

4) Diagonalizálható-e az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

mátrix? Ha igen, adjon meg egy diagonalizáló mátrixot! (10 pont)

5) Lagrange-szorók módszerével keresse meg az $f(x, y) = xy$ függvény maximumát az $x^2 + y^2 = 4$ körön! Igazolja, hogy tényleg maximumot kapott! (10 pont)

6) Tekintsük az

$$f(x, y) = \frac{x^2 - 2y^2}{xy}, \quad x, y \in (0, \infty)$$

függvényt.

(a) Számítsuk ki a függvény x és y változók szerinti parciális deriváltjait!

(b) Adjuk meg a $\text{grad } f(1, 2)$ értékét!

- (c) Számítsuk ki a másodrendű parciális deriváltakat az $(x_0, y_0) = (1, 2)$ pontban!
- (d) Írjuk fel a függvény Hesse-mátrixát! (10 pont) **(Megjegyezzük, hogy ehelyett pl. egy numerikus soros feladat is lehetett volna, vagy bármi a vizsgára feladott feladattípusokból.)**