MINTA VIZSGADOLGOZAT - Gyakorlati rész

Kalkulus 2. 2021. május 20.
MATEMATIKA BSc Munkaidő: 100 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Neptun kód: | | | | | | |

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	$\sum$

1. (**8 pont**) Hol differenciálható az alábbi f függvény? Adja meg a deriváltat, ahol létezik!
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{4x^6y^2}{(x^4+y^2)^2}, & \text{ha } x^2+y^2>0, \\ 0, & \text{ha } x^2+y^2=0. \end{cases}$$

2. (**6 pont**) Bizonyítsa be, hogy ha $x \geq 0$ és $y \geq 0$, akkor
$$\frac{x^2+y^2}{4} \leq e^{x+y-2}.$$

3. (**8 pont**) Határozza meg az
$$\iint_T (x^3-3xy^2)\,\mathrm{d}\,T$$
integrált, ahol $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x+1)^2+y^2 \leq 9, (x-1)^2+y^2 \geq 1\}$.

4. (**8 pont**) Határozza meg az $x^2+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$ és a $z=\sqrt{x^2+y^2}$ felületek által közrezárt térrész térfogatát!

5. (**8 pont**) Határozza meg a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{r}\,|\,\mathbf{r}\,|$ vektor-vektor függvény vonalintegrálját a $\mathcal{G}$ görbe mentén, ahol $\mathcal{G}$ az $y=x^2$ egyenletű parabolikus hengerből a $z=\frac{1}{2}$ síkkal kimetszett görbének az $A(0,0,\frac{1}{2})$ pontból kiinduló, $B(1,1,\frac{1}{2})$ pontig futó íve.

6. (**8 pont**)Határozza meg a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{r}$ vektormező felületi integrálját a $z=xy$ felület $x^2+y^2 \leq 1$ feltételnek eleget tevő részén, ha felületi normális a $\mathbf{k}$ vektorral hegyesszöget zár be!

7. (**6 pont**)

$$\lim_{x\to 0}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sin(n^4x^3+\frac{\pi}{2})}{6^n+n^3x^4}=?$$

8. (**8 pont**) Írja fel az

$$f(x)=\begin{cases}-1, & \text{ha } -\pi<x<-\frac{\pi}{2},\\ x, & \text{ha } -\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2},\\ 1, & \text{ha } \frac{\pi}{2}<x<\pi,\\ 0, & \text{ha } x=(2k+1)\pi, k\in\mathbb{Z},\end{cases}$$

$f(x)=f(x+2\pi)$ függvény Fourier-sorát! Hol állítja elő a Fourier-sor a függvényt?