MINTA VIZSGADOLGOZAT - Elméleti rész

KALKULUS 1 — 2021. december 20.
BSc Matematika — Munkaidő: 60 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Neptun kód: | | | | | | | **Kurzuskód:**

1.	2.	$\sum$

1. A Minimumkövetelményből a sikeres vizsgához **legalább 24 pontot** kell összegyűjteni!
2. A Teszt résznél a teljes pontszám eléréséhez egy rövid indoklást (esetenként példát, ellenpéldát) is várunk.

Jó munkát kívánunk!

I. Minimumkövetelmény. *(10×3 pont)*

1. Mit jelent, hogy az a pont az $A \subset \mathbb{R}$ halmaz belső pontja?

2. Mit jelent, hogy egy függvény injektív?

3. Mikor mondjuk az (a_n) valós sorozatról, hogy a határértéke $A \in \mathbb{R}$?

4. Hogyan definiáljuk, hogy egy $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény $+\infty$-ben vett határértéke $A \in \mathbb{R}$?

5. Mit állít a Cauchy-féle gyökkritérium?

6. Mikor mondjuk, hogy az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény egyenletesen folytonos $I \subset \mathbb{R}$-en?

7. Mit jelent az, hogy egy $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény folytonos az x_0 pontban?

8. Mit állít a Bolzano-tétel?

9. Mit mond ki a Newton-Leibniz-tétel?

10. Mit értünk egy $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény x_0 körüli n-ed fokú Taylor-polinomján?

II. TESZT. *(15×2 pont)*

Minden helyesen megválaszolt kérdés rövid indoklással 2 pontot, indoklás nélkül 1 pontot ér. Az állítás előtti I vagy H betűt karikázza be, annak megfelelően, hogy az állítás igaz vagy hamis.

1. I H Létezik olyan $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény, amely egy pont kivételével mindenütt deriválható.

2. I H Létezik olyan $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény, amely egy pontban deriválható, de annak egyetlen környezetében sem deriválható.

3. I H Ha az (a_n) és az (a_n+b_n) sorozat konvergens, akkor a (b_n) sorozat is konvergens.

4. I H Ha az (a_n) sorozat monoton csökkenve tart 0-hoz, akkor a $\sum_n a_n$ numerikus sor konvergens.

5. I H Ha a $\sum_n (-1)^{n+1} a_n$ $(a_n > 0)$ alternáló sor konvergens, akkor $a_n \to 0$.

6. I H Bármely halmaz számossága kisebb, mint a hatványhalmazának a számossága.

7. I H Ha az f függvény folytonos az $(1,2)$ intervallumon, akkor f-nek $(1,2)$-n van minimuma és maximuma.

8. I H A racionális számok halmaza nyílt halmaz $\mathbb{R}$-ben.

9. I H Nyílt intervallumon folytonos függvény korlátos.

10. I H Zárt halmazon folytonos függvény felveszi szélsőértékeit.

11. I H Ha az (a, b)-n értelmezett deriválható f függvényre fennáll, hogy $f'(x_0) = 0$, valamely $x_0 \in (a, b)$ esetén, akkor x_0-ban a függvény folytonos.

12. I H Az $f(x) = x^3-2x^2+3x+4$ függvény grafikonjának $(1, 6)$ pontbeli érintőegyenese az y tengelyt egy irracionális helyen metszi.

13. I H Ha az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deriválható függvény periodikus, akkor $f'(x)$ is periodikus.

14. I H $\int_{-1}^{1} \operatorname{sh} x \, \mathrm{d}\, x = 0$.

15. I H Az $f(x) = \operatorname{sgn}(x)e^x$ függvény integrálható a $[-1, 1]$ intervallumon.