

Minimum követelmény

Kalkulus 1, 2022/23 I. félév

A definíciók és a tételek témakörök szerinti felsorolásban.

1. Valós számok. Halmaz infimuma és szupremuma. Véges, végtelen, megszámlálható és megszámlálhatóan végtelen halmaz. Függvények kompozíciója; injektív, szürjektív és bijektív függvény. Bernoulli-egyenlőtlenség. Az \mathbb{R} nyílt, zárt, kompakt részhalmazai; az \mathbb{R} egy részhalmazának belső-, külső-, határ- és torlódási pontja. Cantor-féle metszettétel. Bolzano-Weierstrass tétel. Heine-Borel tétel.

2. Sorozatok. Sorozat határértéke, \liminf , \limsup , Cauchy-sorozat. Cauchy-kritérium. Bolzano-Weierstrass-tétel. Nevezetes határértékek ($\lim_{n \rightarrow \infty} n^q$, $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{q}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$).

3. Sorok. Sorozathoz rendelt sor, sor konvergenciája, abszolút konvergenciája, Leibniz-sor, sorok Cauchy-szorzata. Majoráns és minoráns kritérium. Kondenzációs kritérium. Gyökkritérium. Hányadoskritérium. Ábel tétele. Mertens tétele.

4. Valós függvények. Páros, páratlan, (szigorúan) monoton növekvő/csökkenő, konkáv/konvex, periodikus függvény. Függvény (bal/jobbs oldali) határértéke, folytonossága, egyenletes folytonossága. Jensen-egyenlőtlenség. Átviteli elv határértékekre. Átviteli elv folytonosságra. Weierstrass-tétel kompakt halmazon értelmezett folytonos függvényre. Bolzano-tétel. Heine tétele az egyenletes folytonosságról.

5. Differenciálszámítás. Pontbeli differenciálhatóság, függvény deriváltja, Taylor-polinom. Függvények összegének, szorzatának, hányadosának és kompozíciójának deriválása. Lagrange-féle középérték-tétel. Lokális szélsőérték differenciális jellemzése. Konvexitás és konkavitás differenciális jellemzése.

6. Határozatlan integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Elemi függvények (polinomok, \sin , \cos , \exp , sh , ch) határozatlan integrálja. Parciális integrálás. Helyettesítéses integrálás.

7. Határozott integrál. Intervallum felosztása. Korlátos függvény alsó/felső integrálja és Riemann-integrálhatósága. Oszcillációs összeg, integrálfüggvény. Newton-Leibniz-tétel.