

Megoldás a 3. feladatsor 5. feladatához  
 Matematika A4  
 2009. tavasz

5. Eső itt, ott és amott - nem független események") Vetier András Valószínűségszámítás című jegyzetének 46. oldalán található problémában azt vizsgáljuk, hogy "esik-e eső az Budapesten", illetve "esik-e az eső a Balatonon". Itt most egy harmadik helyet is tekintünk: Bécsben. Hipotetikus valószínűségértékeket rendeltünk a három-három város által felkínált 8 esethez:

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon esik és Bécsben esik}) = \frac{7}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és Balatonon esik és Bécsben nem esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és Balatonon nem esik és Bécsben esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és Balatonon nem esik és Bécsben nem esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és esik és Bécsben esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és Balatonon esik és Bécsben nem esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és Balatonon nem esik és Bécsben esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és Balatonon nem esik és Bécsben nem esik}) = \frac{9}{24}$$

Mennyi a valószínűsége annak, hogy

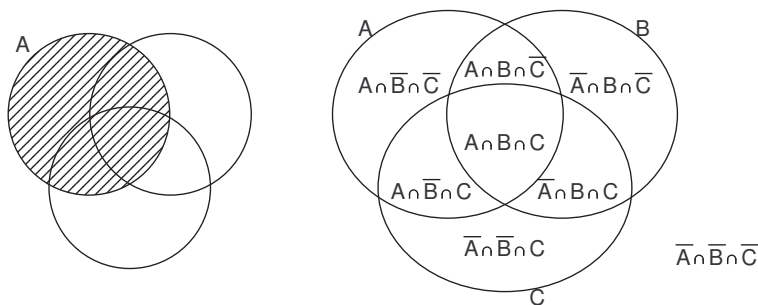
- $\mathbb{P}(\text{Budapesten esik})$ ?
- $\mathbb{P}(\text{Balatonon esik})$ ?
- $\mathbb{P}(\text{Bécsben esik})$ ?
- Egyik helyen sem esik az eső?
- A három hely közül pontosan egy helyen esik az eső?
- A három hely közül pontosan két helyen esik az eső?
- Mind a három helyen esik az eső?

Megoldás. Ami általában is igaz tetszőleges  $A, B$  és  $C$  eseményekre:

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A \text{ és } B) + \mathbb{P}(A \text{ és nem } B)$$

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A \text{ és } B \text{ és } C) + \mathbb{P}(A \text{ és } B \text{ és nem } C) + \mathbb{P}(A \text{ és nem } B \text{ és } C) + \mathbb{P}(A \text{ és nem } B \text{ és nem } C)$$

Egyszerűen az  $A$  eseményt szétbontottuk további két eseményre aszerint, hogy  $B$  teljesül-e vagy sem, majd azokat még kettőre aszerint, hogy  $C$  teljesül-e. Ábrán:



A konkrét példában:

- (a)  $\mathbb{P}(\text{Budapesten esik}) = \mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon esik és Bécsben esik}) +$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon esik és Bécsben nem esik}) +$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon nem esik és Bécsben esik}) +$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon nem esik és Bécsben nem esik}) = \frac{7}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{10}{24}.$
- (b)  $\mathbb{P}(\text{Balatonon esik}) = \mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon esik és Bécsben esik}) +$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon esik és Bécsben nem esik}) +$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és a Balatonon esik és Bécsben esik}) +$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és a Balatonon esik és Bécsben nem esik}) = \frac{7}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{10}{24}.$   
(Az a 4 eseményt válogattuk ki, amelyekben a Balatonon esik.)
- (c)  $\mathbb{P}(\text{Bécsben esik})$  hasonlóan kiszámolható, arra is  $\frac{7}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{10}{24}$  adódik.
- (d)  $\mathbb{P}(\text{Egyik helyen sem esik az eső}) =$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és Balatonon nem esik és Bécsben nem esik}) = \frac{9}{24}.$
- (e)  $\mathbb{P}(\text{A három hely közül pontosan egy helyen esik az eső}) =$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon nem esik és Bécsben nem esik}) +$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és a Balatonon esik és Bécsben nem esik}) +$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és a Balatonon nem esik és Bécsben esik}) = \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{3}{24}.$
- (f)  $\mathbb{P}(\text{A három hely közül pontosan két helyen esik az eső}) =$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon esik és Bécsben nem esik}) +$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon nem esik és Bécsben esik}) +$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és a Balatonon esik és Bécsben esik}) = \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{3}{24}.$
- (g)  $\mathbb{P}(\text{Mind a három helyen esik az eső}) =$   
 $\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon esik és Bécsben esik}) = \frac{7}{24}.$