Feladatmegoldó szeminárium 2.
2. óra
2016. 02. 22.

1. Van 25 eltérő sebességű versenylovunk. Egy futamban 5 lovat indíthatunk egymás ellen, aminek eredményeként megtudjuk az 5 ló egymáshoz viszonyított sorrendjét. Derítsük ki a 3 leggyorsabb lovat (egymás közti sorrenddel együtt) minél kevesebb futam révén.

2. $$\sum_{k=0}^{672} \binom{2016}{3k} = ?$$

3. Melyik az a legrövidebb vonal, amelyik egy szabályos háromszöget két egyenlő területű részre oszt?

4. Béla és Jenő a következő játékot játsszák: dobálnak egy szabályos érmét, és felírják, hogy fej (F) vagy írás (I) jött ki. Béla nyer, ha az IFF sorozat jön ki előbb, Jenő nyer, ha az FFI sorozat jön ki előbb. Igazságos-e a játék?

5. Jenő gondolt 20 valós számra. Béla megkérdezheti tőle a 20 szám tetszőleges lineáris kombinációjának értékét. Minimum hány kérdésre van szüksége, hogy ki tudja találni a gondolt számokat?

6. Legyen a_n pozitív elemű sorozat. Igazoljuk, hogy $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ pontosan akkor véges, ha $\prod_{n=1}^{\infty}(1+a_n)$ véges.

Beadandó feladatok

1. Az alábbiak közül melyik prímszám?

   $$101, 10101, 1010101, \dots$$

   (3 pont)

2. A és B városból egyszerre elindul egy-egy ember a másik városba egyenletes sebességgel. Pontban délben találkoznak (nem feltétlenül félúton, mert különböző sebességgel haladnak), majd folytatják az útjukat. Egyikük 16 órakor, másikuk 21 órakor érkezik meg. Mennyi időt gyalogoltak az egyes emberek? (3 pont)

3. Legyen $p(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \cdots + a_0$ akár komplex együtthatós polinom, melyre $|a_i| \le 1$ $(0 \le i \le n-1)$. Mutassuk meg, hogy ekkor $p(z)$ minden gyöke kisebb, mint 2 abszolútértékű. (5 pont)