

Feladatmegoldó szeminárium 2.

10. óra

2016. 05. 02.

1. Fejezzük ki egy dobókockára a dobás várható értékét a generátorfüggvény segítségével.
2. (a) Mutassuk meg, hogy ha kiszínezzük a sík pontjait két színnel, akkor lesz két egység távolságra lévő azonos színű pont.
(b) Mutassuk meg, hogy ha kiszínezzük a sík pontjait három színnel, akkor lesz két egység távolságra lévő azonos színű pont.
3. Legyen A_n az $1, 2, \dots, n$ számok számtani közepe és G_n az $1, 2, \dots, n$ számok mértani közepe. Mutassuk meg, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{G_n}{A_n} = \frac{2}{e}$$

4. Mutassuk meg, hogy a

$$\begin{aligned} & 0.1 \\ & + 0.01 \\ & + 0.002 \\ & + 0.0003 \\ & + 0.00005 \\ & + 0.000008 \\ & + 0.0000013 \\ & \vdots \end{aligned}$$

végtelen összeg racionális számhoz konvergál. Mennyi ez a szám?

5. Mi a kettőhatványok leggyakoribb első jegye?

Beadandó feladatok

28. Színezzük ki a sík pontjait 9 színnel úgy, hogy ne legyen két azonos színű pont egység távolságra. (Plusz pontért kevesebb színnel.) (3 pont)
29. m, n pozitív egészek, f valós függvény, és tegyük fel, hogy $\underbrace{f \circ \dots \circ f}_m$ -nek és $\underbrace{f \circ \dots \circ f}_n$ -nek x egyaránt fixpontja. Milyen (m, n) párokra következik ebből, hogy x f -nek is fixpontja? (3 pont)
30. Mutassuk meg, hogy a

$$2^{2^0} + 1, 2^{2^1} + 1, 2^{2^2} + 1, \dots, 2^{2^n} + 1, \dots$$

számok páronként relatív prímelek. (5 pont)