

Differenciálgeometria gyakorló feladatok 2. zh-ra

1. Írjuk fel az (l, m, n) alkotóirányú,

$$z = 0, \quad x^2 + y^2 = ay$$

vezérgörbájű hengerfelület egyenletét. (652)

2. Írjuk fel a körhenger paraméteres egyenletrendszerét úgy, hogy a paramétervonalak hengeres csavarvonalak és alkotóegyeneseek legyenek. (666b)

3. Írjuk fel az

$$x = u, \quad y = u^2, \quad z = u^3$$

görbe érintői által alkotott felület egyenletét paraméteres és implicit alakban. (669)

4. Egy L görbe eltolásával származtatott felületet *eltolási felületnek* nevezzünk. Ha az L görbe egyenlete $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1(u)$, az eltolás során egy pontja által leírt görbe egyenlete pedig $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2(v)$, akkor az eltolási felület egyenlete $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1(u) + \mathbf{r}_2(v)$. Bizonyítsuk be, hogy a hiperbolikus paraboloid eltolási felület, és írjuk fel az egyenletét $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1(u) + \mathbf{r}_2(v)$ alakban. (680)

5. Írjuk fel az

$$x = 2u - v, \quad y = u^2 + v^2, \quad z = u^3 - v^3$$

felület $M(3, 5, 7)$ pontjában az érintősík egyenletét. (685)

6. Írjuk fel a katenoid első alapformáját az alábbi paraméterezés esetén:

$$x = a \operatorname{ch} \frac{u}{a} \cos v, \quad y = a \operatorname{ch} \frac{u}{a} \sin v, \quad z = u$$

(771)

7. Számítsuk ki az

$$x = u^2 + v^2, \quad y = u^2 - v^2, \quad z = uv$$

felület $v = au$ felületi görbéjének az $u = 1$ és $u = 2$ felületi görbékkel alkotott metszéspontjai közé eső ívhosszát. (804)

8. Határozzuk meg az

$$x = u \cos v, \quad y = u \sin v, \quad z = u^2$$

felület

$$v = u + 1 \quad \text{és} \quad v = 3 - u$$

felületi görbéi által bezárt szöget. (809)

9. Számítsuk ki az

$$x = u \cos v, \quad y = u \sin v, \quad z = av$$

egyenes csavarfelületen az

$$u = 0, \quad u = a, \quad v = 0, \quad v = 1$$

görbék által határolt négyszög felszínét. (813)

10. Bizonyítsuk be, hogy a sík második alapformája tetszőleges paraméterezéssel azonosan nulla. Igaz-e, hogy ha az $z = f(x, y)$ felület második alapformája azonosan nulla, akkor ez a felület sík (vagy annak egy része)? (829-830)

11. Számítsuk ki az

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$$

kétköpenyű hiperboloid csúcspontjaiban a főgörbületeket. (833)

12. Számítsuk ki az a sugarú körhenger összeggörbületét. (862)

13. Határozzuk meg a

$$z = f(u), \quad u = \sqrt{x^2 - y^2}$$

felület pontjainak jellegét. (879)

A feladatok a *Vodnyev*-féle feladatgyűjteményből valók, a feladatok végén a szám a kötetbeli sorszám. A gyakorlatokon szerepelt feladatok is megtalálhatóak benne:

III. 18. 628, 629, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 639, 654, 659

III. 25. 666 a, 668, 670, 671, 687

IV. 1. 763, 768, 769, 770, 771, 772, 807, 808

IV. 7. 115-117. oldal (elmélet), 653, 777, 818, 836

IV. 15. 834, 840, 841, 858, 880