

Sztochasztika
4. feladatsor - Poisson pontfolyamatok
2024. ősz

1. Egy telefonközpontba 5 perc alatt átlagosan 8 helyi hívás és 2 távolsági hívás érkezik.
 - (a) Mekkora a valószínűsége annak, hogy 2 perc alatt pontosan 1 távolsági hívás érkezik?
 - (b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy 2 perc alatt legfeljebb 3 hívás érkezik összesen?
 - (c) Mekkora a feltételes valószínűsége annak, hogy egy 2 perces időszak alatt pontosan 1 távolsági hívás érkezik, feltéve, hogy ugyanezen idő alatt legfeljebb 3 hívás érkezik összesen?
 - (d) Mi az eloszlása és várható értéke az aznapi első helyi hívásig eltelt időnek?
 - (e) Mi az eloszlása és várható értéke az aznapi első hívásig eltelt időnek?
 - (f) Mekkora az esélye, hogy az első hívás helyi?
2. Egy kis forgalmú úton átlagosan 2 percenként halad el egy autó. Kiállok az út mellé és számolom az autókat. Mekkora a valószínűsége annak, hogy...
 - (a) 5 percen keresztül egy autó sem halad el mellettem?
 - (b) 4 perc alatt legfeljebb 3 autó megy el mellettem?
 - (c) 2 percen át nem megy el mellettem autó, majd az azt követő 2 percben pontosan 3?
 - (d) Minden tizedik elhaladó autó piros. Mekkora annak a valószínűsége, hogy 5 perc alatt nem megy el mellettem piros autó?
 - (e) Mekkora annak a valószínűsége, hogy 3 perc alatt 1 piros és 2 más színű autó megy el mellettem?
3. Egy irodában két ügyintéző, András és Bea fogadják a beérkező hívásokat. Átlagosan 5 percenként érkezik egy hívás; minden hívásnál feldobnak egy szabályos érmét, hogy eldöntsék, melyikük fogadja. Mekkora a valószínűsége annak, hogy...
 - (a) 10:00 és 10:20 között András pontosan 2 hívást fogad?
 - (b) 10:00 és 10:20 között András fogadja az összes beérkező hívást?
 - (c) 10:00 és 10:20 között András pontosan 2 hívást fogad, feltéve, hogy ez alatt az időszak alatt ő fogadja az összes beérkező hívást?
4. Egy szerverhez A és B típusú csomagok érkeznek, másodpercenként átlagosan 1 A típusú és 1.5 B típusú.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy az első érkező csomag A típusú?
 - (b) Jelölje X az első A típusú csomag előtt érkező B típusú csomagok számát. Milyen eloszlású X ?
 - (c) Legyen T mindentől független $EXP(0.5)$ eloszlású, és legyen Y a T idő alatt érkező A típusú csomagok száma. Számítsuk ki Y várható értékét. Adjuk meg a teljes eloszlását is.
5. Egy bizonyos fajta keksz csokidarabokat és mazsolákat tartalmaz; egy darab keksz átlagosan 3 csokidarabot és 2 mazsolát tartalmaz.
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy egy keksz pontosan 2 csokidarabot tartalmaz?
 - (b) Mi a valószínűsége, hogy egy kekszben nincs mazsola?
 - (c) Feltéve, hogy egy keksz 2 darabot tartalmaz mazsolából és csokidarabból összesen, mi a feltételes valószínűsége, hogy az mindkettő csokidarab?
 - (d) Pistike megeszik egy fél kekszet. Mi a valószínűsége, hogy abban volt legalább 1 mazsola?
 - (e) Pistika megeszi a másik felét is a keksznek. Feltéve, hogy az első felében volt legalább 1 mazsola, mennyi a feltételes valószínűsége, hogy az egész kekszben van legalább 2 mazsola?
6. Ottó autójának két fényszórója van (bal és jobb). A bal fényszóró átlagosan két évente egyszer romlik el, a jobb fényszóró viszont egy gyártási hiba miatt átlagosan 8 havonta romlik el.
 - (a) Átlagosan milyen gyakran romlik el valamelyik fényszóró?
 - (b) Mekkora az esélye, hogy a fényszórók végig hibátlanul üzemelnek a tél folyamán? (A tél 3 hónap.)
 - (c) Mekkora az esélye, hogy a következő két fényszóró meghibásodás mindkettő a bal oldali fényszórón történik?

7. Panka mazsolás sütit süt; egy nagy tál tésztába 300 mazsolát rak, és aztán 100 kocka sütit süt belőle.
- Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy kocka sütibe egyáltalán nem kerül mazsola?
 - Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy kocka sütibe nem került mazsola, feltéve, hogy a felét már megettük és abban nem volt mazsola?
8. Egy 200 oldalas kéziratban átlagosan 3 helyesírási hiba van oldalanként. A korrektor minden egyes hibát 90% eséllyel vesz észre; a megtalált hibákat megjelöli.
- Várhatóan hány hiba marad a kéziratban, miután kijavítják a korrektor által megtalált hibákat?
 - Mekkora az esélye, hogy a korrektor egy oldalon az összes hibát megtalálja?
 - Feltéve, hogy egy oldalon 3 hiba van, mekkora az esélye, hogy mindhárom az oldal alsó felén van?
9. Egy erdőben átlagosan 100 négyzetméterenként 10 fa nő. A fák törzsét a talajszinthez képest 2 méteres magasságig tekintsük 20 cm átmérőjű hengereknek.
- Mekkora az esélye, hogy egy 10 négyzetméteres területen egyetlen fa sem nő?
 - Mekkora az esélye, hogy egy véletlen irányba kilőtt puskagolyó legalább 50 métert repül anélkül, hogy fának ütközne?
10. Egy úton az elhaladó kamionokat számoljuk. A kamionforgalom sűrűsége napközben nem állandó, az óránként elhaladó kamionok számának rátafüggvénye a következő:

$$r(x) = 6 - 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right) \quad x \in [0, 24]$$

- Ábrázoljuk a rátafüggvényt. Hol van maximuma?
 - Mekkora az egy nap alatt elhaladó kamionok számának várható értéke?
 - Mekkora annak a valószínűsége, hogy 12 és 13 óra között pontosan 3 kamion halad el?
11. Egy szabályos hatoldalú kockával dobálunk, és összeadjuk a kapott számokat. Addig dobálunk, amíg átlépjük (vagy pont elérjük) az 1000-et. Legyen X az utolsó dobás értéke. Határozzuk meg X eloszlását.