

Sztochasztika
9. feladatsor - Statisztika II: hipotézisvizsgálat
2022. ősz

1. Egy cső belső átmérőjét mérjük, azonban a mérési eszköznek van egy véletlen hibája. Ha a valódi belső átmérő d (milliméterben), akkor a mérési eredmény normális eloszlású d várható értékkel és 0.2 mm szórással. 5 mérést végzünk, melyek eredménye rendre 10.1, 10.2, 10.0, 10.1, 9.9 (mm). Döntünk 95%-os szinten arról a hipotézisről, hogy $d = 10$, azon hipotézis ellenében, hogy $d \neq 10$.
2. Egy gyárban a cementet 25 kg névleges súlyú zsákokba csomagolják. A csomagolási technológiából eredően az egy zsákba kerülő cement súlyának szórása 0.5 kg, a várható értéke azonban ismeretlen, jelölje m . Megvizsgálunk 25 zsákot, és azt tapasztaljuk, hogy a bennük lévő cement mennyisége átlagosan 24.84 kg.
 - (a) Elfogadjuk-e 95%-os szinten az $m = 25$ hipotézist az $m \neq 25$ hipotézis ellenében?
 - (b) Elfogadjuk-e 90%-os szinten az $m = 25$ hipotézist az $m \neq 25$ hipotézis ellenében?
 - (c) Tegyük fel, hogy a szórással csak 0.3 kg. Elfogadjuk-e ekkor az 95%-os szinten az $m = 25$ hipotézist az $m \neq 25$ hipotézis ellenében?
3. Egy hegy magasságát csak hibával terhelt tudjuk megmérni; ha a valódi magasság m (méterben), akkor a mérési eredmény normális eloszlású m várható értékkel és 10 méter szórással. 5 mérést végzünk, melyek eredménye rendre 3415, 3423, 3431, 3424, 3432 méter.
 - (a) Adjunk maximum-likelihood becslést m értékére a minta alapján.
 - (b) Elfogadjuk-e 95%-os szinten az $m = 3420$ hipotézist az $m \neq 3420$ hipotézis ellenében?
 - (c) Adjunk 95%-os szintű konfidencia-intervallumot a minta alapján.
4. Egy sóoldat koncentrációját mérjük. 5 mérés eredménye a következő (g/l): 7.7, 8.1, 7.7, 7.5, 7.0. Korábban azt az információt kaptuk, hogy az oldat koncentrációja 7.2 g/l. Elfogadjuk-e ezt 95%-os szinten azon hipotézis ellenében, hogy a koncentráció nem 7.2 g/l? Mi lenne a helyzet a következő mintával: 7.5, 7.4, 7.3, 7.4, 7.5?
5. Egy bor alkoholtartalmát mérjük; a mérés eredménye a valódi alkoholtartalomtól eltér egy additív hibával, melynek eloszlása $N(0, 0.5)$ (%-ban mérve). 5 mérés eredményére a következő adódott: 12.4, 13.1, 12.3, 12.2, 13.5. Döntünk 95%-os szinten arról a hipotézisről, hogy a bor alkoholtartalma 12.5% azon hipotézis ellenében, hogy az alkoholtartalom nem 12.5%. Adjuk meg továbbá a mintához tartozó 95%-os konfidencia-intervallumot.
6. Egy cég motiválni akarja az alkalmazottait a termelékenység növelése érdekében. Kétféle módszert tesztelnek: az A módszer a munkahelyi körülmények javítása, a B módszer a fizetésemelés. A termelékenység változását mind a 6 alkalmazottra megmérték mindkét módszer esetén, és a következő eredményeket kapták:

alkalmazott	1	2	3	4	5	6
körülmények javítása	1.2	1.0	0.8	0.6	0.9	0.9
fizetésemelés	-0.2	0.3	3.6	1.4	-0.1	1.6

- (a) Teszteljük 95%-os szinten, hogy a körülmények javítása növeli-e a termelékenységet. (Mi a nullhipotézis?)
 - (b) Teszteljük 95%-os szinten, hogy a fizetésemelés növeli-e a termelékenységet.
 - (c) Teszteljük 95%-os szinten azt a hipotézist, hogy a körülmények javítása jobban növeli a termelékenységet, mint a fizetésemelés.
7. Vérnyomáscsökkentő gyógyszert tesztelünk. A vérnyomás csökkenését megmérjük 5 páciensben, az eredmény: 4.0, 8.0, 5.0, 7.0, 1.0. Teszteljük 99.9% szinten azt a hipotézist, hogy a gyógyszer hatástalan azon hipotézis ellenében, hogy a gyógyszer pozitív hatású.

8. Kétféle csirketápot tesztelünk. Az A tápot 5 csirkén tettük, a B tápot az előzőektől különböző 6 csirkén. A súlynövekedésre a következőt kaptuk:

A	1	2	3	4	5	B	1	2	3	4	5	6
	1.4	1.3	1.6	2.1	1.6		4.1	3.3	-1.1	0.1	4.3	0.7

A B táp gyártója azt állítja, hogy a tápja jobban növeli a csirkék súlyát, mint az A táp. Teszteljük ezt 95%-os szinten.

9. Egy tóban háromféle hal él: amúr, makréla és ponty. Ottó bácsi, az öreg horgász azt súgja nekünk, hogy a tóban kétszer annyi a ponty, mint a makréla vagy az amúr. Kifogtunk 60 halat; döntsük el ez alapján 95%-os szinten, hallgathatunk-e Ottó bácsira.

amúr	makréla	ponty
11	14	35

10. Egy zacskó cukorka háromféle cukorkát tartalmaz: pirosat, kéket és zöldet. Teszteljük 95%-os szinten azt, hogy egyforma arányban vannak a zacskóban a következő minta alapján:

piros	kék	zöld
23	15	22

11. Egy számológép véletlenszám-generátorát teszteljük. Egy 1000 elemű mintavétel eredménye:

[0, 0.2]	[0.2, 0.4]	[0.4, 0.6]	[0.6, 0.8]	[0.8, 1]
183	195	221	192	209

Döntsünk a fenti minta alapján 95%-os szinten arról, hogy a véletlenszám-generátor $U[0, 1]$ eloszlású véletlen számot ad-e.

12. Azt vizsgáljuk, hogy egy populációban a hajszín és a szemszín függetlennek tekinthető-e.

szem/haj	szőke	vörös	barna	fekete
kék	69	28	119	6
zöld	69	38	92	0
barna	90	47	188	16

Döntsünk 95%-os szinten arról a hipotézisről, hogy a hajszín független-e a szemszíntől.

13. Azt szeretnénk megtudni, hogy motorbalesetek esetén a bukósisak színe és a baleseti sérülések súlyossága között van-e összefüggés. Az utóbbi néhány év adatai alapján a következő táblázatot kaptuk:

	fekete	fehér	narancssárga
nincs sérülés	501	367	31
könnyű sérülés	173	107	7
súlyos sérülés	30	15	1

95%-os konfidenciaszinten döntsünk arról a hipotézisről, hogy a csoport (kontroll vagy balesetes) független a bukósisak színétől.

14. Azt teszteljük, hogy egy villanykörte típus élettartama tekinthető-e exponenciális eloszlásúnak 5 várható értékkel (évben mérve). Ehhez megmértük 100 villanykörte élettartamát.

[0, 1]	[1, 2]	[2, 3]	[3, 4]	[4, 6]	[6, 7]	[7, ∞]
21	17	10	14	13	1	24

Mi a gond a fenti táblázattal? Mi a teendő vele? Döntsünk 95%-os szinten arról, hogy a villanykörte típus élettartama tekinthető-e $\text{Exp}(1/5)$ eloszlásúnak.

15. Egy csavar lehet hibás méret illetve szilárdság alapján is. Megvizsgáltunk 460 darab csavart.

	jó méret	rossz méret
jó szilárdság	416	16
rossz szilárdság	23	5

Döntsük el 95%-os szignifikanciaszinten, hogy az, hogy egy csavarnak megfelelő-e a szilárdsága illetve a mérete, független-e.