

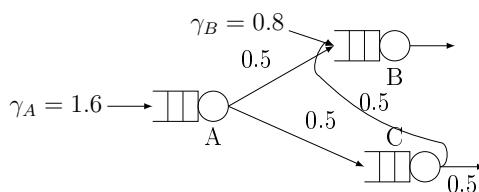
Minta vizsga-feladatsor A  
Sztochasztika  
2024. ősz

1. Egy számítógépes programban egy véletlen, rekurzív rutin fut: minden egyes részfolyamat véletlen számú, önmagával megegyező alfolyamatot indít. Az indított alfolyamatok száma 0, 1 vagy 2 lehet, melyek valószínűsége rendre 0.4, 0.2 és 0.4, a többi részfolyamattól függetlenül. Minden egyes részfolyamat egységnyi időt vesz igénybe.
  - (a) Modellezzük a folyamatot elágazó folyamattól. Mik az egyedek és a leszármazottak? A folyamat szubkritikus, kritikus vagy superkritikus?
  - (b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a program előbb-utóbb lefut?
  - (c) Mennyi a program futási idejének a várható értéke?
2. Egy kis ország elektromos hálózatára 8000 kis fogyasztó és 2000 nagy fogyasztó kapcsolódik. A csúcsidei fogyasztásuk:
  - egy kis fogyasztó által felvett teljesítmény legfeljebb 6000W, átlagosan 500W;
  - egy nagy fogyasztó által felvett teljesítmény legfeljebb 20000W, átlagosan 4000W.Mekkora legyen a hálózat  $C$  összteljesítménye, ha azt szeretnénk, hogy a csúcsidőbeli fogyasztás legfeljebb  $10^{-8}$  valószínűséggel lépje túl  $C$ -t?
3. Az ügyfelek sorbanállnak egy belvárosi ATM-nél. Az ATM-et egyszerre egy ügyfél használhatja, a többiek addig várnak. Minden ügyfél átlagosan 1 percre használja az ATM-et. Átlagosan 2 percenként érkezik egy ügyfél. Ha legalább 2-en állnak az ATM-nél (beleértve azt is, aki éppen használja), akkor a további érkezők egyből távoznak és nem jönnek vissza.
  - (a) Modellezzük az ATM-nél állók számát folytonos idejű Markov-lánccal. Mit kell feltenni, hogy teljesüljön a Markov-tulajdonság? Mik a lehetséges állapotok? Írjuk fel a generátort.
  - (b) Hosszú távon átlagosan az idő mekkora részében van az ATM használatban?
  - (c) A várakozást és a használatot is figyelembe véve átlagosan mennyi időt tölt egy ügyfél az ATM-nél?
4. Egy úton Poisson-pontfolyamat szerint haladnak el az autók, ismeretlen  $\lambda$  (autó/perc) rátával. 5 diszjunkt 2 perces intervallumban megszámoljuk az elhaladó autókat, és a következő mintát kapjuk: 4, 3, 1, 0, 4. Adjunk a minta alapján maximum likelihood-becslést vagy momentum-becslést  $\lambda$  értékére. Elég az egyik módszerrel, bármelyik választható. (Figyeljünk a megadott információkra és a kérdésre!)
5. Amikor valaki elvégez egy IQ tesztet, az eredmény véletlenszerű, melynek várható értéke a valódi IQ, szórása 4. Jónás azt állítja, hogy az IQ-ja 120. Ennek bizonyítására elvégez 5 különböző IQ tesztet, melyek eredménye rendre 118, 116, 119, 119, 118. Teszteljük 95%-os szinten azt a hipotézist, hogy Jónás IQ-ja 120, azon hipotézis ellenében, hogy az IQ-ja nem 120.

Minden feladat 10 pontos. Munkaidő: 100 perc.

Minta vizsga-feladatsor B  
Sztochasztika  
2024. ősz

1. Béla egy videójátékkal játszik, amelyben átlagosan 10 percenként zsákmányol fegyvert és 5 percenként aranyat.
  - (a) Mekkora az esélye, hogy előbb zsákmányol fegyvert, mint aranyat?
  - (b) Minden egyes zsákmányolt fegyver 10% eséllyel jobb, mint a jelenlegi fegyvere. Mekkora a valószínűsége, hogy a következő 3 óra játék alatt talál jobb fegyvert, mint a jelenlegi?
  - (c) Mekkora az esélye, hogy a következő 30 perc alatt csak aranyat zsákmányol (beleértve azt az esetet is, hogy semmit sem zsákmányol)?
  
2. Egy éttermi fogadásra 400 vendéget várnak, és kétféle menü lesz: A és B. Az A menüből 220 adagot tudnak készíteni, a B menüből 500 adagot. Minden vendég (egymástól függetlenül) 50 – 50% eséllyel választ A illetve B menüt. Mekkora az esélye, hogy nem jut mindenkinek abból, amit szeretne?
  
3. Egy vásáron az arcfestő művész kétféle mintát fest: tigrist vagy pillangót. Egy tigrist 10 perc alatt fest meg, egy pillangót 20 perc alatt. Minden egyes gyerek  $2/3$  eséllyel azt a mintát kéri, amit az előtte lévő,  $1/3$  eséllyel a másikat. Hosszú sorban állnak a gyerekek, az arcfestő folyamatosan dolgozik.
  - (a) Modellezzük az arcfestő tevékenységét diszkrét idejű Markov-lánccal! Mik az állapotok? Írjuk fel az átmenet-valószínűség mátrixot.
  - (b) Hosszú távon az idő mekkora részét tölti tigris festésével?
  - (c) Az arcfestő egy tigrisért 1800 forintot kér, egy pillangóért 1200 forintot. Mennyi az átlagos bevétele 8 óra alatt?
  
4. Az alábbi hálózatban mindhárom szerver FIFO, a kiszolgálási rátájuk rendre  $\mu_A = 2, \mu_B = 3, \mu_C = 1$ .



- (a) Stabil-e a hálózat? Aciklikus-e a hálózat?
  - (b) Mekkora az egyes szerverek terheltsége?
  - (c) Egy kívülről B-be beérkező igény átlagosan mennyi időt tölt a rendszerben?
5. Egy irodaházban a tűzriadók Poisson-folyamat szerint történnek, ismeretlen  $\lambda$  (tűzriadó per hónap) rátával. Feljegyeztük az egymást követő tűzriadók között eltelt napok számát, amire a következő minta adódott: 7, 12, 44, 29, 28. A minta alapján adjunk maximum-likelihood becslést  $\lambda$  értékére. (Egy hónapot tekintünk 30 napnak.)

Minden feladat 10 pontos. Munkaidő: 100 perc.