

Minta vizsga-feladatsor C
Sztochasztika
2024. ősz

1. Van két érménk, az egyik szabályos, a másiknak viszont mindkét oldalán fej van. Találomra választunk egy érmét, majd feldobjuk háromszor.
 - (a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindhárom dobás fej?
 - (b) Feltéve, hogy mindhárom dobás fej, mennyi a feltételes valószínűsége annak, hogy a szabályos érmevel dobtunk?
2. Egy szerverhez A és B típusú csomagok érkeznek, másodpercenként átlagosan 2 A típusú és 1 B típusú.
 - (a) Milyen eloszlású a következő csomag beérkezéséig eltelt idő?
 - (b) Mekkora a valószínűsége, hogy egy 3 másodperces intervallumban nem érkezik B típusú csomag?
 - (c) Mekkora a valószínűsége, hogy a következő két csomag egyforma?
3. Adjunk nagyeltérés-bebecslést annak a valószínűségére, hogy 100 szabályos kockadobásból legalább 50 hatos. (A p paraméterű Bernoulli eloszlás Cramer-féle rátafüggvénye $I(x) = x \ln \left(\frac{x(1-p)}{(1-x)p} \right) + \ln \left(\frac{1-x}{1-p} \right)$.)
4. Egy kis nyelviskolában 3 nyelvtanár tanít, akik néha betegek. Minden egyes tanár átlagosan 2 havonta betegszik meg (a többiektől függetlenül), és egy betegség átlagosan 10 napig tart. (1 hónapot tekintünk 30 napnak.)
 - (a) Jelölje $X(t)$ az egészséges tanárok számát a t időpontban. Mit kell feltenni, hogy $X(t)$ folytonos idejű Markov-lánc legyen? Mik a lehetséges állapotok? Írjuk fel a generátort.
 - (b) Átlagosan hány tanár egészséges?
 - (c) Most 1 tanár beteg. Becsüljük meg annak a valószínűségét, hogy 2 nap múlva minden tanár egészséges.
5. Egy nyereményjátékban az üdítőskupak belsejében négyféle betű valamelyike található. A gyártó cég azt állítja, hogy minden betű egyforma arányban fordul elő. Ezt szeretnénk tesztelni. Ehhez veszünk egy 200 elemű mintát, amelyben az egyes betűk gyakoriságára a következő minta adódott: 63, 34, 50, 53. Döntsünk 95%-os szignifikancia-szinten arról, hogy az arányok egyformának tekinthetők-e.

Minden feladat 10 pontos. Munkaidő: 100 perc.

Minta vizsga-feladatsor D
Sztochasztika
2024. ősz

1. Béla egy videójátékkal játszik, amelyben átlagosan 10 percenként zsákmányol fegyvert és 5 percenként aranyat.
 - (a) Mekkora az esélye, hogy előbb zsákmányol fegyvert, mint aranyat?
 - (b) Minden egyes zsákmányolt fegyver 10% eséllyel jobb, mint a jelenlegi fegyvere. Mekkora a valószínűsége, hogy a következő 3 óra játék alatt talál jobb fegyvert, mint a jelenlegi?
 - (c) Mekkora az esélye, hogy a következő 30 perc alatt csak aranyat zsákmányol (beleértve azt az esetet is, hogy semmit sem zsákmányol)?
2. Egy orvos átlagosan 5 percet, maximum 15 percet foglalkozik egy betegével. Adjunk nagyleltérés-bebecslést annak a valószínűségére, hogy egy 4 órás rendelési idő nem elég 25 betegre.
3. Iván a munkahelyén pontosan 2 óránként megiszik egy bögre forró teát. Csak kétfajta teát iszik: fekete teát és erdei gyümölcsös teát. Egy bögrébe mindig egy filtert rak. Fekete tea után $1/2$ valószínűséggel választ ismét fekete teát és $1/2$ valószínűséggel erdei gyümölcsös teát. Erdei gyümölcsös tea után pedig $3/4$ eséllyel választ fekete teát, $1/4$ eséllyel erdei gyümölcsös teát.
 - (a) Modellezzük Iván teafogyasztását diszkrét idejű Markov-lánccal. Mik az állapotok? Adjuk meg az átmenet-valószínűség mátrixot.
 - (b) Hétfő reggel 8-kor fekete teát iszik. Mekkora az esélye, hogy hétfő délben is fekete teát iszik?
 - (c) Egy filter fekete tea 24 forintba kerül, egy filter erdei gyümölcsös tea 40 forintba kerül. Hosszú távon átlagosan mennyit költ Iván a munkahelyi teára havonta, ha egy nap mindig 4 bögre teát iszik meg, és egy hónapban 20 napot dolgozik? (A forró vizet és egyéb szükséges dolgokat tekintjük ingyenesnek.)
4. Egy jelfeldolgozó eszközhöz átlagosan percenként 4 jel érkezik, Poisson-folyamat szerint. Egy jel feldolgozása átlagosan 5 másodpercig tart. Egy jel feldolgozása alatt beérkező további jelek elvesznek.
 - (a) Modellezzük az eszköz állapotát folytonos idejű Markov-lánccal. Mik az állapotok? Írjuk fel a generátort.
 - (b) Az eszköz fogyasztása 8W jelfeldolgozás közben és 2W egyébként. Mennyi a hosszú távú átlagos fogyasztása?
5. Ecetsav koncentrációját mérjük. Tudjuk, hogy ha a valódi koncentráció c (százalékpontban), akkor a mérési eljárásunk eredménye normális eloszlású c várható értékkel és 0.5 százalékpont szórással. 5 mérés eredménye 19.6%, 20.0%, 19.5%, 19.5%, 19.4%. Elfogadjuk-e 95%-os konfidenciaszinten azt a nullhipotézist, hogy az oldat koncentrációja 20%, azon hipotézis ellenében, hogy a koncentráció kevesebb, mint 20%?

Minden feladat 10 pontos. Munkaidő: 100 perc.