

AZ 2. ZÁRTHELYI MEGOLÁSAI

A CSOPORT: (4 pont)

① Határozza meg az $\mathbb{R}^3$ tér $\underline{h}_1 = (1, 1, 0)$, $\underline{h}_2 = (1, 0, 1)$ és $\underline{h}_3 = (0, 1, 1)$ háziánálban a $\underline{N} = (3, 2, 4)$ vektor koordinátáit!

MEGOLDÁS: Kell olyan x_1, x_2, x_3 , hogy $x_1 \cdot \underline{h}_1 + x_2 \cdot \underline{h}_2 + x_3 \cdot \underline{h}_3 = \underline{N}$

$$x_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + x_3 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 + x_3 \\ x_2 + x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Tehát az $x_1 + x_2 = 3$, $x_1 + x_3 = 2$, $x_2 + x_3 = 4$ egyenletrendszert kell megoldani. (1 pont). GAUSS-ELIMINÁCIÓ:

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{array} \sim \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{array} \sim \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{array} \sim$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 3 \\ x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_3 = 3 \end{array} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x_2 = 2,5 \\ x_3 = 1,5 \end{array} \right\} x_1 = 0,5$$

Tehát $x_1 = 0,5$, $x_2 = 2,5$, $x_3 = 1,5$ (3 pont)

ELLENŐRZÉS !!! : $\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 0,5 + 2,5 = 3 \\ x_1 + x_3 = 0,5 + 1,5 = 2 \\ x_2 + x_3 = 2,5 + 1,5 = 4 \end{array} \right\} \text{ENNEK KELLETT KIDÖNNIE}$

②/a) (4 pont) Határozza meg az $\underline{A} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!

②/b) (4 pont). Ábrázolja a henger alakú derékszögű koordinátarendszerben az $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 1$ egyenlet...