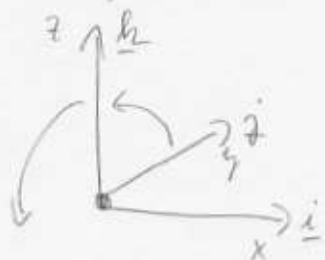


A2, 2. zh Megoldásai, B csoport.

① (4 pont) Írja fel az $\mathbb{R}^3$ -beli x tengely körüli 90° -os forgatás mátrixát a természetes bázisban.

Ellenőrizze meg a transzformációmátrix segítségével a $P(1, -1, 2)$ pont képét!

Megoldás:



$$\left. \begin{aligned} T(\underline{i}) &= \underline{i} \\ T(\underline{j}) &= \underline{k} \\ T(\underline{k}) &= -\underline{j} \end{aligned} \right\} \text{(2 pont)}$$

A transzformációmátrix első oszlopa $T(\underline{i})$, a második $T(\underline{j})$, a harmadik $T(\underline{k})$, így

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{(1 pont)}$$

$P(1, -1, 2)$ képe:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$T((1, -1, 2)) = (1, -2, -1) \quad \text{(1 pont)}$$

②/a) Ellenőrizze meg az A mátrix sajátértékeit és sajátvektorait! (4 pont)

b) Ábrázolja a derékszögű koordinátarendszerben a $4x^2 + 6xy + 4y^2 = 1$ egyenlet megoldásait (az új koordinátarendszer és ebben a tengelyrendszerben pontosan legegyszerűsített formában!).

Megoldás: (Nagyon hasonló az A csoport ②-es feladatához, így most csak vázlatosan írjuk le!)

$$a) \begin{vmatrix} 4-\lambda & 3 \\ 3 & 4-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)^2 - 9 = 0 \Rightarrow \boxed{\lambda_1 = 1} \quad \boxed{\lambda_2 = 7} \quad \text{(2 pont)}$$

$$\lambda_1 = 1 \Rightarrow \begin{aligned} 3x + 3y &= 0 \\ 3x + 3y &= 0 \end{aligned} \Leftrightarrow x = -y \rightarrow v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{(2 pont)}$$

$$\lambda_2 = 7 \Rightarrow \begin{aligned} -3x + 3y &= 0 \\ 3x - 3y &= 0 \end{aligned} \Leftrightarrow x = y \rightarrow v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. OLDAL