

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK:

ELŐADÓ: Bálint Péter

GYAKVEZ.:

Valószínűségszámítás ZH2, 2019. nov. 28.

B csoport

Munkaidő: 90 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.

Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 40 pont, de már 35 pont is 100%-os eredménynek számít.

- Egy duatlon verseny négy futókörből és egy biciklis résztávból áll. Cérna Géza a négy futókör mind-egyikét várható értékben 15 perc alatt teljesíti, körönként 3 perc szórással. A biciklis résztávhoz várható értékben 50 percre van szüksége, 8 perc szórással. Az egyes teljesítési idők függetlenek és normális eloszlásúak. (Standard normális eloszlás a hátoldalon.)
 - A teljes verseny szintideje 2 óra (azaz 120 perc). Mi a valószínűsége, hogy Cérna Géza be tudja fejezni a versenyt 120 percen belül? (5 pont)
 - Cérna Gézával együtt összesen 900-an indulnak a versenyen. Az egyes futókörök és a biciklis résztáv teljesítési ideje minden versenyző esetén a Gézánál látott eloszlású, és egymástól független. Azok a versenyzők, akik 110 percen belül beérkeznek a célba, extra befutócsomagot kapnak. Jelölje X , hogy hány versenyző kap extra befutócsomagot. Keressük meg a legkisebb olyan k_0 számot, amelyre igaz, hogy $\mathbb{P}(X \leq k_0) \geq 0.96$. (4 pont)
- Az (X, Y) pár eloszlása egyenletes azon a négyszögön, melynek csúcsai $(0, 0)$, $(-1, 1)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$.
 - Határozzuk meg a peremsűrűség-függvényeket és rajzoljuk fel a grafikonjaikat. (5 pont)
 - $\mathbb{P}(X > 1 | Y = \frac{1}{2}) = ?$ (3 pont)
 - Határozzuk meg a $Z = X - Y$ valószínűségi változó várható értékét (2 pont).
 - Határozzuk meg a $Z = X - Y$ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét és rajzoljuk fel a grafikonját (4 pont).
- Az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye $F_X(x) = \exp(-2e^{-3x})$ (itt $\exp(t) = e^t$).
 - Határozzuk meg az $Y = e^{-3X}$ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét és rajzoljuk fel a grafikonját (5 pont).
 - $\mathbb{P}(Y > 1 | Y > \frac{1}{2}) = ?$ (2 pont)
- Tekintsünk 20 független hatoslottóhúzást; tehát minden alkalommal hatot húzunk ki az 1-től 45-ig számított golyók közül, és ezt a kísérletet 20-szor független módon megismételjük. Jelölje X , hogy a 20 hatoslottóhúzás során összesen hány különböző sorszámú golyó fordul elő. (Például, ha mind a 20 alkalommal az 1, 2, 3, 4, 5, 6 sorszámú golyókat húzzuk, akkor $X = 6$.) Az alábbi kérdések megválaszolásához nem szükséges X eloszlásának meghatározása. Válaszként numerikus értéket vagy egy könnyen kiértékelhető képletet várunk, nem egy sok tagból álló szummát.
 - $\mathbb{E}X = ?$ (5 pont)Bónusz $\mathbb{D}^2 X = ?$ (5 pont)

