

3-4. kistantermi gyakorlat

Analízis 1. informatikusoknak, BMETEMIBsVANL1-00

1. (a) Igazolja, hogy $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 5 + \sqrt{a_n - 3}$ rekurzióval megadott sorozat minden elemére teljesül, hogy $a_n < 7$! Konvergens a sorozat? Állítását igazolja, és konvergencia esetén adja meg a határértéket!
- (b) Igazolja, hogy $a_1 = 6$, $a_{n+1} = \sqrt{4a_n - 3}$ rekurzióval megadott sorozat minden elemére teljesül, hogy $a_n > 3$! Konvergens a sorozat? Állítását igazolja, és konvergencia esetén adja meg a határértéket!
2. Számolja ki az alábbi sorozatok határértékét:

(a)

$$a_n = \left(\frac{3n-1}{3n+2} \right)^{2n}, \quad b_n = \left(\frac{2n+3}{3n+4} \right)^{n+3}.$$

(b)

$$a_n = \left(\frac{2n-5}{2n+3} \right)^{3n}, \quad b_n = \left(\frac{3n+2}{4n+3} \right)^{n+2},$$

3. (a) Adja meg az $a_n = \left(\frac{n + (-1)^n}{n+2} \right)^{n+3}$ sorozat torlódásai pontjainak halmazát, limesz superiorját, illetve limesz inferiorját! Konvergens-e a sorozat?
- (b) Adja meg az $a_n = \left(\frac{n - (-1)^n}{n+4} \right)^{n-1}$ sorozat torlódásai pontjainak halmazát, limesz superiorját, illetve limesz inferiorját! Konvergens-e a sorozat?

4. Számolja ki az alábbi mennyiségeket algebrai alakban:

$$z_1 + z_2, \quad z_1 - z_2, \quad z_1 z_2, \quad \overline{z_1}, \quad |z_2|, \quad \frac{z_1}{z_2}$$

- (a) $z_1 = 2 - 4i$, $z_2 = -3 + i$ esetén;
- (b) $z_1 = 5 + 3i$, $z_2 = -1 - 2i$ esetén.

5. Oldja meg az alábbi egyenleteket:

- (a) $3iz - 5 = z + 2i$,
 $3i\bar{z} - 5 = z + 2i$
- (b) $2z + 3i = (1 + i)z + 2$,
 $2\bar{z} + 3i = (1 + i)z + 2$