1. Legyenek $\mathbf{a}=(2,3)$, $\mathbf{b}=(-3,2)$, $\mathbf{c}=(5,-1)$. Adjuk meg az alábbi kifejezéseket :

a.) $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c} = (\,2+(-3)+5,\ 3+2+(-1)\,) = \boxed{(\,4,\ 4\,)}$.

b.) $3\cdot(2\mathbf{a}-\mathbf{b}) = 3\cdot(\,2\cdot2-(-3),\ 2\cdot3-2\,) = (\,3\cdot7,\ 3\cdot4\,) = \boxed{(\,21,\ 12\,)}$.

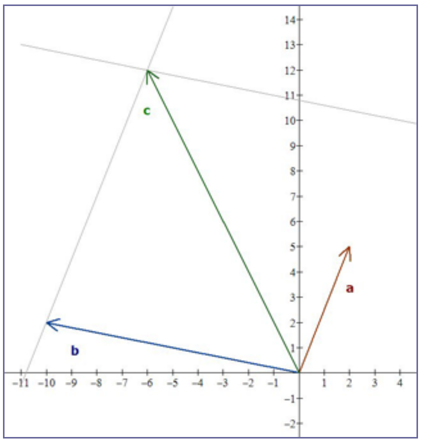
c.) $(\mathbf{a}+\mathbf{b})\cdot\mathbf{c} = (\,2+(-3),\ 3+2\,)\cdot(\,5,\ -1\,) = (\,-1,\ 5\,)\cdot(\,5,\ -1\,) = (-1)\cdot5 + 5\cdot(-1) = \boxed{-10}$.

d.) $(\mathbf{a}-\mathbf{b})\cdot(\mathbf{b}+\mathbf{c}) = (\,2-(-3),\ 3-2\,)\cdot(\,(-3)+5,\ 2+(-1)\,) = (\,5,\ 1\,)\cdot(\,2,\ 1\,) = 5\cdot2+1\cdot1 = \boxed{11}$.

e.) $|(\mathbf{a}-\mathbf{b})| = |(\,2-(-3),\ 3-2\,)| = |(\,5,\ 1\,)| = \sqrt{5^2+1^2} = \boxed{\sqrt{26}}$.

f.) $(\mathbf{a}-\mathbf{c})\cdot(\mathbf{b}+\mathbf{c}) = (\,2-5,\ 3-(-1)\,)\cdot(\,(-3)+5,\ 2+(-1)\,) = (\,-3,\ 4\,)\cdot(\,2,\ 1\,) = (-3)\cdot2+4\cdot1 = \boxed{-2}$.

2. Legyenek $\mathbf{a}=(2,5)$, $\mathbf{b}=(-10,2)$, $\mathbf{c}=(-6,12)$.



a.) Bontsuk fel a $\mathbf{c}$ vektort az $\mathbf{a}$ vektorral és a $\mathbf{b}$ vektorral párhuzamos összetevőkre !

$$\mathbf{c} = \lambda\cdot\mathbf{a} + \mu\cdot\mathbf{b} \qquad \begin{aligned} -6 &= \lambda\cdot2 + \mu\cdot(-10) \\ 12 &= \lambda\cdot5 + \mu\cdot2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} 2\lambda - 10\mu &= -6 \\ 25\lambda + 10\mu &= 60 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad 27\lambda = 54\ , \quad \lambda=2\ , \quad \mu=1\ .$$

$\Rightarrow$ az $\mathbf{a}$ vektorral párhuzamos összetevő : $\lambda\cdot\mathbf{a} = (4,10)$

a $\mathbf{b}$ vektorral párhuzamos összetevő : $\mu\cdot\mathbf{b} = (-10,2)$

b.) Bontsuk fel a $\mathbf{b}$ vektort az $\mathbf{c}$ vektorral párhuzamos és a $\mathbf{c}$ vektorra merőleges összetevőkre !

A $\mathbf{c}_m=(12,6)$ vektor merőleges a $\mathbf{c}$ vektorra, hasonlóképpen pl. a $\mathbf{c}_2=(2,1)$ vektor is merőleges a $\mathbf{c}$ -re .
A $\mathbf{c}$ vektorral azonos irányú pl. a $\mathbf{c}_1=(-1,2)$ vektor is.

$$\mathbf{b} = \lambda\cdot\mathbf{c}_1 + \mu\cdot\mathbf{c}_2 \qquad \begin{aligned} -10 &= \lambda\cdot(-1) + \mu\cdot2 \\ 2 &= \lambda\cdot2 + \mu\cdot1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} -2\lambda + 4\mu &= -20 \\ 2\lambda + \mu &= 2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad 5\mu = -18\ , \quad \mu=-3.6\ , \quad \lambda=2\mu+10=2.8\ .$$

$\Rightarrow$ a $\mathbf{c}$ vektorral párhuzamos összetevő : $\lambda\cdot\mathbf{c}_1 = 2.8\cdot(-1,2) = (-2.8,\ 5.6)$

a $\mathbf{c}$ vektorra merőleges összetevő : $\mu\cdot\mathbf{c}_2 = -3.6\cdot(2,1) = (-7.2,\ -3.6)$

Megj. : A $\mathbf{c}$ vektorral párhuzamos összetevőt így is meghatározhatjuk :

$$\mathbf{c}_p = \frac{\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}}{|\mathbf{c}|}\cdot\frac{\mathbf{c}}{|\mathbf{c}|} = \frac{\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}}{|\mathbf{c}|^2}\cdot\mathbf{c} = \frac{\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}}{\mathbf{c}^2}\cdot\mathbf{c} = \frac{60+24}{36+144}\cdot(-6,12) = \frac{7}{15}\cdot(-6,12) = (-2.8,\ 5.6)$$

s ezután a $\mathbf{c}$ vektorra merőleges összetevő : $\mathbf{b}-\mathbf{c}_p = (-10,\ 2) - (-2.8,\ 5.6) = (-7.2,\ -3.6)$

c.) Adjunk meg egy az $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ vektorra merőleges egységnyi hosszú vektort !

Az $\mathbf{a}+\mathbf{b} = (-8,7)$ vektorra merőleges vektor pl. a $(7,8)$ vektor, ennek hossza $|(7,8)| = \sqrt{7^2+8^2} = \sqrt{113}$,

így az $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ vektorra merőleges két egységvektor : $\left(\frac{7}{\sqrt{113}},\ \frac{8}{\sqrt{113}}\right)$ és $\left(-\frac{7}{\sqrt{113}},\ -\frac{8}{\sqrt{113}}\right)$.

3. Legyenek $\mathbf{a} = (4, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, 2)$.

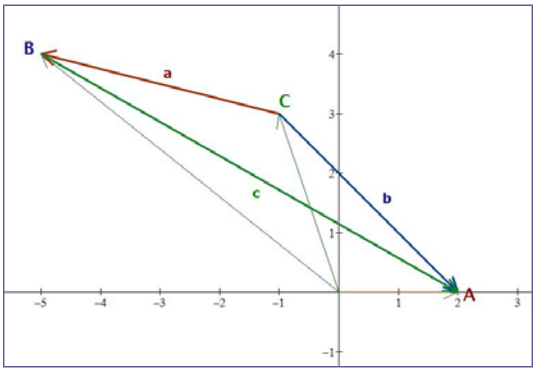
a.) Mennyi az $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$ skaláris szorzat ? $\quad \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = 4\cdot(-1)+3\cdot 2 = 2$.

b.) Mekkora az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok által bezárt szög ?

$$\cos\alpha = \frac{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}}{|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|} = \frac{2}{\sqrt{25}\cdot\sqrt{5}} = \frac{2}{5\cdot\sqrt{5}} \quad\Rightarrow\quad \alpha = \arccos\frac{2}{5\cdot\sqrt{5}} \ .$$

---

4. Adott három pont : $A = (2, 0)$, $B = (-5, 4)$, $C = (-1, 3)$.



a.) Mekkorák az $ABC\,\Delta$ szögei ?

Az $ABC\,\Delta$ oldalvektorai rendre :

$\mathbf{a} = (-5, 4) - (-1, 3) = (-4, 1)$

$\mathbf{b} = (2, 0) - (-1, 3) = (3, -3)$

$\mathbf{c} = (2, 0) - (-5, 4) = (7, -4)$

$$\cos\gamma = \frac{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}}{|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|} = \frac{-12-3}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{18}} = \frac{15}{3\cdot\sqrt{34}} = -\frac{5}{\sqrt{34}}, \qquad \gamma \approx 149.04^\circ$$

$$\cos\alpha = \frac{\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}}{|\mathbf{b}|\cdot|\mathbf{c}|} = \frac{21+12}{\sqrt{18}\cdot\sqrt{65}} = \frac{33}{3\cdot\sqrt{130}} = \frac{11}{\sqrt{130}}, \qquad \alpha \approx 15.26^\circ$$

$$\cos\beta = \frac{(-\mathbf{a})\cdot\mathbf{c}}{|-\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{c}|} = \frac{28+4}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{65}} = \frac{32}{\sqrt{17\cdot 65}}, \qquad \beta \approx 15.71^\circ$$

(Ellenőrzés : $149.04^\circ + 15.26^\circ + 15.71^\circ = 180.01^\circ$)

b.) Adjuk meg az összes lehetséges $\mathbf{D}(x, y)$ pontot úgy, hogy az $ABCD$ négyszög parallelogramma legyen !

Az $ABC\,\Delta$ oldalai közül kettő lesz a parallelogramma oldala, a harmadik oldal pedig a parallelogramma átlója. Így összesen három $\mathbf{D}(x, y)$ pontot kaphatunk, nevezetesen :

Ha az $\mathbf{a}$ oldal a parallelogramma átlója, akkor $\mathbf{D}_a(x, y) = (-5, 4) + (-\mathbf{b}) = (-5, 4) + (-3, 3) = (-8, 7)$

Ha a $\mathbf{b}$ oldal a parallelogramma átlója, akkor $\mathbf{D}_b(x, y) = (-1, 3) + \mathbf{c} = (-1, 3) + (7, -4) = (6, -1)$

Ha a $\mathbf{c}$ oldal a parallelogramma átlója, akkor $\mathbf{D}_c(x, y) = (-5, 4) + \mathbf{b} = (-5, 4) + (3, -3) = (-2, 1)$

Az oldalak felezőpontjainak felhasználásával (azokat $\mathbf{F}_a$, $\mathbf{F}_b$, $\mathbf{F}_c$ -vel jelölve) is okoskodhattunk volna :

$$\mathbf{F}_a(x, y) = \frac{(-5, 4) + (-1, 3)}{2} = (-3,\ 3.5), \qquad \mathbf{D}_a(x, y) = 2\cdot(-3,\ 3.5) - (2, 0) = (-8, 7)$$

$$\mathbf{F}_b(x, y) = \frac{(-1, 3) + (2, 0)}{2} = (0.5,\ 1.5), \qquad \mathbf{D}_b(x, y) = 2\cdot(0.5,\ 1.5) - (-5, 4) = (6, -1)$$

$$\mathbf{F}_c(x, y) = \frac{(-5, 4) + (2, 0)}{2} = (-1.5,\ 2), \qquad \mathbf{D}_c(x, y) = 2\cdot(-1.5,\ 2) - (-1, 3) = (-2, 1)$$

---

5. Adott három térbeli vektor : $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, 0, 2)$, $\mathbf{c} = (1, -2, -3)$.

a.) Ábrázoljuk a vektorokat (kezdőpontjukat az origóba helyezve) ! (Hf.)

b.) Adjuk meg a következő vektorokat : $2\,\mathbf{a}$, $\mathbf{b} + 3\,\mathbf{c}$, $-\mathbf{a} + 2\,\mathbf{b} - \mathbf{c}$! (Hf.)

c.) Írjuk fel az $\mathbf{a}$ végpontján átmenő $\mathbf{b}$ -vel párhuzamos egyenes vektoregyenletét !

Rajta van-e ezen az egyenesen az $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \mathbf{c}$ vektor végpontja ?

Az egyenes pontjaiba mutató vektorok : $\mathbf{p} = \mathbf{a} + t\cdot\mathbf{b}$ $\quad (t \in \mathbf{R})$.

Ha az $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \mathbf{c}$ vektor az egyenes valamely pontjába mutat, akkor van olyan $t \in \mathbf{R}$, melyre $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \mathbf{c} = \mathbf{a} + t\cdot\mathbf{b}$, és így $\mathbf{c} - \frac{1}{2}\mathbf{a} = t\cdot\mathbf{b}$. Az első koordinátákra $1 - \frac{1}{2}\cdot 1 = t\cdot(-1)$, melyből $t = -\frac{1}{2}$. A második koordinátákra azonban $-2 - \frac{1}{2}\cdot 2 \neq (-\frac{1}{2})\cdot 0$, így az $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \mathbf{c}$ vektor nem mutathat az egyenes pontjába.

d.) Adjunk meg egy olyan $\mathbf{d}$ vektort, hogy az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{d}$ vektorok végpontjai parallelogrammát alkossanak !

A megoldás a 4. b) feladathoz hasonlóan adható meg, ... (Hf.)

e.) Az alábbi vektorok közül melyek állíthatók elő az **a**, **b**, vektorok számszorosai összegeként (lineáris kombinációjaként) ?

$$\begin{pmatrix}0\\2\\5\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\-2\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\7\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\2\\7\end{pmatrix} .$$

A lineáris kombináció : $\lambda\cdot\mathbf{a} + \mu\cdot\mathbf{b} = \begin{pmatrix}\lambda-\mu\\2\lambda\\3\lambda+2\mu\end{pmatrix}$

A második komponensből látható, hogy az 1., 4., 5. vektoroknál $\lambda=1$ -nek kellene lennie, az első komponensből pedig ezután látható, hogy az 1. és 4. vektornál $\mu=1$, az 5. vektornál $\mu=2$, majd a harmadik komponenset ezen számokkal képezve láthatjuk, hogy az **1. és 5. vektor előállítható,** a 4. vektor pedig nem.

A 3. vektornál $\lambda=\mu=0.5$ lenne (az első és második komponensekből), de ezekkel a harmadik komponens nem zérus, így nem állítható elő a lineáris kombinációként.

A 2. vektornál $\lambda=-1$ (a második komponensből), $\mu=1$ (ezután az első komponensből), s mivel ezekkel a harmadik komponens -1, a **2. vektor is előállítható** a lineáris kombinációként.

Megj.: Úgy is okoskodhattunk volna, hogy először megadunk egy az **a** és **b** vektorok által kifeszített síkra merőleges vektort :

a -ra merőleges (origón áthaladó sík) : $x+2y+3z=0$

b -re merőleges (origón áthaladó sík) : $-x \quad +2z=0$

Ezen két sík metszésvonala merőleges az **a** és **b** vektorok által kifeszített síkra, így a metszésvonalban fekvő azon vektor, melynek koordinátáira pl. $z=2$, és $-x+4=0$, $x+2y+6=0$, azaz a $(4,-5,\ 2)$ vektor is merőleges a síkra.

A megadott vektorok közül azok állíthatók elő az **a** és **b** vektorok lineáris kombinációjaként, amelyek ezen $(4,-5,\ 2)$ vektorra merőlegesek :

Az 1. vektor vizsgálata : $0\cdot4+2\cdot(-5)+5\cdot2=0 \quad\Rightarrow$ **előállítható** a lineáris kombinációként ,
A 2. vektor vizsgálata : $(-2)\cdot4+(-2)\cdot(-5)+(-1)\cdot2=0 \quad\Rightarrow$ **előállítható** a lineáris kombinációként ,
A 3. vektor vizsgálata : $0\cdot4+1\cdot(-5)+0\cdot2\neq0 \quad\Rightarrow$ nem állítható elő a lineáris kombinációként ,
A 4. vektor vizsgálata : $0\cdot4+2\cdot(-5)+7\cdot2\neq0 \quad\Rightarrow$ nem állítható elő a lineáris kombinációként ,
Az 5. vektor vizsgálata : $(-1)\cdot4+2\cdot(-5)+7\cdot2=0 \quad\Rightarrow$ **előállítható** a lineáris kombinációként ,

---

6. Adott két pont : $\mathbf{A}=(2,6)$, $\mathbf{B}=(-3,2)$. Határozzuk meg :

a.) Az **A** és **B** távolságát ! $d(\mathbf{A},\mathbf{B})=\sqrt{(2+3)^2+(6-2)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$,

b.) Az **AB** szakasz felezőpontjának koordinátáit ! $\mathbf{F_{AB}} = (\frac{2-3}{2}, \frac{6+2}{2}) = (-\frac{1}{2}, 4)$,

c.) Az **AB** pontokon átmenő egyenes egyenletét !

Az egyenesnek egy irányvektora a **B** -ből **A** -ba mutató vektor : $= (2-(-3), 6-2) = (5,4)$,

az erre merőleges $(4,-5)$ vektor az egyenesnek egy normálvektora, így az egyenes egyenlete :

$4x-5y=4\cdot2-5\cdot6 \quad\Rightarrow\quad \boxed{4x-5y+22=0}$.

d.) Az **AB** szakasz felezőmerőlegesének egyenletét !

A felezőmerőlegesnek egy normálvektora a **B** -ből **A** -ba mutató $(5,4)$ vektor , az egyenes átmegy az

$\mathbf{F_{AB}} = (-0.5, 4)$ ponton, így az egyenlete : $5x+4y=-5\cdot0.5+4\cdot4 \quad\Rightarrow\quad \boxed{5x+4y-13.5=0}$.

e.) Azt a pontot, amely **A** -tól és **B** -től is 5 egység távolságra van !

Az **A** középpontú $r=5$ sugarú kör egyenlete : $(x-2)^2+(y-6)^2=25$. A kör és a felezőmerőleges metszéspontjai :

$(\frac{27-8y}{10}-2)^2+(y-6)^2=25 \quad\Rightarrow\quad (7-8y)^2+(10y-60)^2=2500 \quad\Rightarrow\quad 164y^2-1312y+1149=0$, etc ... (Hf.)

f.) Annak a körnek az egyenletét, amelynek az **A B** szakasz az átmérője !

A kör középpontja $\mathbf{F_{AB}} = (-\frac{1}{2}, 4)$, sugara $r = \frac{1}{2} \cdot d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{41}$, így a kör egyenlete :

$(x + \frac{1}{2})^2 + (y - 4)^2 = \frac{1}{4} \cdot 41 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{x^2 + y^2 + x - 8y + 6 = 0}$.

---

7. Adott két egyenes, g : $5x - 4y = 14$, h : $2x - 3y = 3$, és a $\mathbf{P} = (5, 2)$ pont. Adjuk meg :

a.) A két egyenes metszéspontjának a **P** -től való távolságát !

A két egyenes metszéspontja **M** az egyenleteik rendszerének megoldása, $10x - 8y = 28$, $-10x + 15y = -15 \Rightarrow$

$7y = 13$, $y = \frac{13}{7}$, $2x = 3 \cdot \frac{13}{7} + 3 \Rightarrow \mathbf{M} = (\frac{30}{7}, \frac{13}{7})$. $d(\mathbf{P}, \mathbf{M}) = \sqrt{(5 - \frac{30}{7})^2 + (2 - \frac{13}{7})^2} = \frac{\sqrt{26}}{7}$.

b.) Azon egyenes egyenletét, amely átmegy a **P** -n , és

I. a két egyenes metszéspontján ! A két egyenes metszéspontján áthaladó egyenesek a következő alakban írhatók :

$(5x - 4y - 14) + c \cdot (2x - 3y - 3) = 0 \quad c \in \mathbf{R}$. Ezek közül a **P** -n áthaladó egyenesre :

$(5 \cdot 5 - 4 \cdot 2 - 14) + c \cdot (2 \cdot 5 - 3 \cdot 2 - 3) = 0$, így $c = -3$, melyből az egyenlet : $(5x - 4y - 14) + (-3) \cdot (2x - 3y - 3) = 0$

$\Rightarrow \boxed{x - 5y + 5 = 0}$. (Valóban, ez illeszkedik a $\mathbf{P} = (5, 2)$ és $\mathbf{M} = (\frac{30}{7}, \frac{13}{7})$ pontokra .)

II. párhuzamos a g egyenessel ! A párhuzamosság miatt a normálvektor : $\mathbf{n} = (5, -4)$, így az egyenlet :

$5x - 4y = 5 \cdot 5 - 4 \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{5x - 4y - 17 = 0}$.

III. merőleges a h egyenessre ! A h -ra merőleges egyenesek egy normálvektora : $\mathbf{n} = (3, 2)$, így az egyenlet :

$3x + 2y = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{3x + 2y - 19 = 0}$.

c.) A **P** pont és a h egyenes távolságát !

A h egyenes normálvektora : $\mathbf{n} = (2, -3)$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$. A h egyenes normálegyenlete :

$\frac{2}{\sqrt{13}} \cdot x - \frac{3}{\sqrt{13}} \cdot y - \frac{3}{\sqrt{13}} = 0 \Rightarrow$ A $\mathbf{P} = (5, 2)$ pont és a h egyenes távolsága : $\boxed{d = \left| \frac{2}{\sqrt{13}} \cdot 5 - \frac{3}{\sqrt{13}} \cdot 2 - \frac{3}{\sqrt{13}} \right| = \frac{1}{\sqrt{13}}}$.

---

8. A paraméterek mely értékeire lesz köregyenlet :

a.) $x^2 + y^2 + 4x + 10y + a = 0$? $\Rightarrow (x + 2)^2 + (y + 5)^2 = 4 + 25 - a \Rightarrow 29 - a > 0$, $\boxed{a < 29}$.

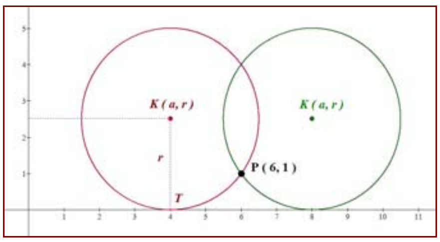
b.) $4x^2 + Ay^2 - 32x + 24y + Bxy + C = 0$? $\Rightarrow \boxed{A = 4 , \quad B = 0} \Rightarrow (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 16 + 9 - \frac{C}{4}$

$\Rightarrow 25 - \frac{C}{4} > 0$, $\boxed{C < 100}$.

---

9. Írjuk fel annak a körnek az egyenletét, amely átmegy a $\mathbf{P} = (6, 1)$ ponton,

a.) és érinti az x tengelyt ! Végtelen sok ilyen kör van.

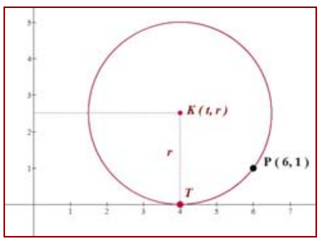


Ha a kör sugara a tetszőleges $r \geq 0.5$, akkor a kör középpontja (a, r) ,

így az egyenlet $(x - a)^2 + (y - r)^2 = r^2$,

s mivel $\mathbf{P} = (6, 1)$ a körvonalon van, $(6 - a)^2 + (1 - r)^2 = r^2$,

melyből $a = 6 \pm \sqrt{2r - 1}$, ($r > 0.5$ esetén két kört kapunk) .

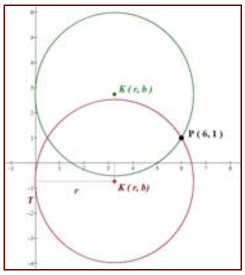


Ha az érintési pontot adjuk meg : $\mathbf{T} = (t, 0)$, akkor a kör középpontja (t, r) ,

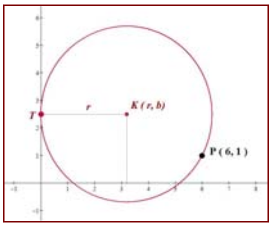
így az egyenlet $(x - t)^2 + (y - r)^2 = r^2$, s mivel $\mathbf{P} = (6, 1)$ a körvonalon van,

$(6 - t)^2 + (1 - r)^2 = r^2$, melyből $r = \frac{(6 - t)^2 + 1}{2}$.

b.) és érinti az y tengelyt ! Végtelen sok ilyen kör van.

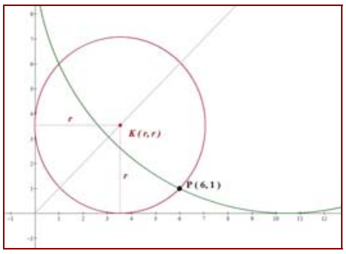


Ha a kör sugara a tetszőleges $r \geq 3$, akkor a kör középpontja (r, b),
így az egyenlet $(x-r)^2+(y-b)^2=r^2$,
s mivel **P** $=(6,1)$ a körvonalon van, $(6-r)^2+(1-b)^2=r^2$,
melyből $b=1 \pm 2 \cdot \sqrt{3r-9}$, ($r>3$ esetén két kört kapunk).



Ha az érintési pontot adjuk meg : **T** $=(0,t)$, akkor a kör középpontja (r,t),
így az egyenlet $(x-r)^2+(y-t)^2=r^2$, s mivel **P** $=(6,1)$ a körvonalon van,
$(6-r)^2+(1-t)^2=r^2$, melyből $r=\dfrac{(1-t)^2+36}{12}$.

c.) és érinti az x és az y tengelyt is !



A kör középpontja (r,r), így az egyenlet $(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$,
s mivel **P** $=(6,1)$ a körvonalon van, $(6-r)^2+(1-r)^2=r^2 \quad \Leftrightarrow$
$r^2-14r+37=0$, melyből $r=7 \pm 2 \cdot \sqrt{3}$, (két kört kapunk).

$$x^2+y^2-2rx-2ry+r^2=0 \quad \Rightarrow$$
$$x^2+y^2-2(7+2\cdot\sqrt{3})\cdot(x+y)+(7+2\cdot\sqrt{3})^2=0$$
$$x^2+y^2-2(7-2\cdot\sqrt{3})\cdot(x+y)+(7-2\cdot\sqrt{3})^2=0 \quad .$$

---

10. A **C** $=(-1,2)$ középpontú kör átmegy a **P** $=(3,-2)$ ponton.

a.) Mekkora a kör sugara ? $\quad r=\sqrt{(3-(-1))^2+((-2)-2)^2}=\sqrt{16+16}=4\cdot\sqrt{2}$

b.) Adjuk meg a kör egyenletét ! $\quad (x+1)^2+(y-2)^2=32 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{x^2+y^2+2x-4y-27=0}$

---

11. Írjuk fel az **A** $=(2,1)$ ponton átmenő $2y+3x=10$ egyenesre merőleges egyenes egyenletét !
Hol metszi ez az egyenes az x tengelyt ?

Az adott egyenesre merőleges egyeneseknek normálvektora az **n** $=(2,-3)$ vektor, ezek közül az **A** $=(2,1)$ ponton átmenő

egyenes egyenlete **:** $\quad 2x-3y=2\cdot2+(-3)\cdot1 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{2x-3y=1}$. Az x tengelyt az $(\frac{1}{2}, 0)$ pontban metszi.
