

1. gyakorlat Függvényvizsgálat, további alkalmazások

Vizsgáljuk meg és ábrázoljuk a következő függvényeket:

- $f(x) = 2x(x - 4)^3$
 - $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$
 - $y = \cos^2(2x)$
 - $y = \ln \sin x/2$
 - $y = e^{-(x+1)^2}$
 - $y = (x - 2)^2(x + 2)^2$
 - $y = \frac{2}{(x - 2)^2(x + 2)^2}$
 - $y = \frac{2x}{x - 1}$
 - $y = \frac{(x + 2)^2}{(x - 2)^2(x + 2)^2}$
 - $y = xe^{-x^2}$
 - $y = x^2e^{-x^2}$
 - $\sin x + \cos x$ az $[0, 2\pi]$ intervallumon.
 - $5 - \frac{10}{x^2 + 1}$
 - $\sqrt{x} + \sqrt{10 - x}$
 - $\frac{\ln}{\sqrt{x}}$
 - $f(x) = (x^2 - 3)(x - 4)$
 - $f(x) = (x^2 - 5)(x - 7)$
 - $f(x) = \ln x + \frac{2}{x}$
 - $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$
 - $f(x) = x(x - 5)^2$
 - $f(x) = \frac{x}{1 + x}$
 - $f(x) = -\sqrt{10x - x^2}$
 - $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{10 - x}$
 - $f(x) = \frac{x^3}{6} - \frac{5x^2}{2} + 8x + 1$
- Deriválás alkalmazásai:
- Az $y = x^2 + 4x + 3$ parabola mely pontjában lesz az érintő meredeksége $\frac{1}{2}$? Hol metszi az ehhez a ponthoz húzott érintő a koordináta tengelyeket?
 - Az $y = \frac{1}{x^2} + 2$ hiperbola mely pontjában lesz az érintő meredeksége $-\frac{1}{4}$? Hol metszi az ehhez a ponthoz húzott érintő az x tengelyt?
 - Írjuk fel az $y = \cos\left(\frac{3\pi}{4}x - \frac{\pi}{2}\right)$ függvény $x_0 = 1$ helyhez tartozó érintőjére merőleges, az érintési ponton áthaladó egyenes egyenletét.
 - Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely merőleges az $y = \sin(\arctg x)$ függvény $x_0 = 1$ helyhez tartozó érintőjére és átmegy az érintési ponton.
Hasonló feladat:
 $y = \frac{x}{1+x^2}$, $x_0 = 2$, átmegy a $(6, 3)$ ponton.
 $y = \frac{1}{1+x^2}$, $x_0 = 1$, átmegy a $(0, 10)$ ponton.
 $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$, $x_0 = 1$, átmegy a $(-\sqrt{2}, 3)$
 - Írjuk fel az $y = \cos\left(\frac{3\pi}{4}x - \frac{\pi}{2}\right)$ függvény $x_0 = 1$ helyhez tartozó érintőjének egyenletét! Hasonló feladatok:
 $y = \operatorname{tg}(\arccos x)$, $x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 - Meghatározandó az $y = \sin x$ függvény grafikonját a $(\frac{\pi}{4}, \sin \frac{\pi}{4})$ pontban érintő egyenes egyenlete.
 - Az $y = xe^{-x^2}$ függvény görbéjének mely pontjaiban vízszintes az érintő?
 - Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely érinti az $y = \ln \frac{3}{x^2}$ függvény görbéjét és párhuzamos a $3y + 2x + 5 = 0$ egyenletű egyenessel.
 - A $y = \operatorname{tg} x$ függvény mely pontjában lesz az érintő meredeksége 2?
 - Az $f(x) = \arctg x$ függvény mely pontjában lesz az érintő meredeksége 2?
 - Az $y = \frac{x}{1-x^2}$ függvény görbéjének mely pontjaiban lesz az érintőnek az x -tengellyel bezárt szöge 45° ?
 - Határozzuk meg a $\frac{9}{2}$ térfogatú, szabályos hatszög alapú hasábok közül a minimális felszínűnek az oldalait.
 - Határozzuk meg az egységnyi térfogatú, szabályos háromszög alapú, felül nyitott hasábok közül azt, amelynek minimális a felülete.
 - Határozzuk meg a szabályos háromszögből kivágható legnagyobb területű téglalap méreteit. Tegyük fel, hogy a téglalap egy oldala a háromszög egy oldalán fekszik.
 - Határozzuk meg az R sugarú gömbben elhelyezhető legnagyobb térfogatú henger sugarát és magasságát.
 - Határozzuk meg az egység sugarú gömbbe írható, maximális térfogatú kúp adatait.
 - Határozzuk meg egy kúpba (alapkör sugara R , magassága M) írható maximális térfogatú henger adatait.

18. Az $r = 4$ cm sugarú félkörbe az átmérőn fekvő trapézot rajzolunk. Hogyan kell a trapéz adatait megválasztani, hogy a területe maximális legyen?
19. Az $y = \frac{x^2}{8}$ parabola mely pontja van legközelebb a $(0, 6)$ ponthoz?
20. Vízszintes terepen állva a vízszintessel α szöget bezáró irányban elhajítunk egy követ. α mely értéke mellett fog tőlünk legtávolabb leesni a kő?
21. (*) Két ember egy vízszintes helyzetben lévő létrát visz. Derékszögben hajló folyosón legfeljebb milyen hosszú létrával tudnak bekanyarodni, ha a folyosók szélessége 3m és 5m?