

7. gyakorlat Határozatlan integrálás II. Racionális törtfüggvények integrálása

I.) Számláló konstans

A) nevező lineáris; *egyszerű*; $\int \frac{4}{x+a} dx$

B) nevező lineáris függvény hatványa; *egyszerű*; $\int \frac{2}{(x+a)^6} dx$

C) nevező másodfokú

0.) nevezőnek nincs gyöke; *arcus tangens*; $\int \frac{3}{x^2+x+1} dx$

1.) nevezőnek egy gyöke van; *B) eset*; $\int \frac{5}{x^2+2x+1} dx$

2.) nevezőnek két gyöke van; *parciális törtekre bontás*; $\int \frac{1}{x^2+3x+2} dx$

II.) Számláló lineáris, nevező másodfokú; *számlálóban megkeressük a nevező deriváltját* ha a nevezőnek nincs gyöke, ha van, akkor parciális törtekre bontás; $\int \frac{5x-6}{x^2-2x+10} dx$

III.) Nevező foka > 2 , és a számláló foka $<$ nevező foka; *parciális törtekre bontás*; $\int \frac{2x^2}{x^4-1} dx$

IV.) Számláló foka legalább akkora, mint a nevezőé; *polinom osztás*; $\int \frac{x^6-x^2+1}{x^3-x-1} dx$

1. **megjegyzés** (számláló konstans, nevező másodfokú, nincs gyöke). Ekkor a nevező mindig

$$(x+a)^2 + b^2$$

alakúra hozható. Ekkor

$$\int \frac{A}{(x+a)^2 + b^2} dx = \frac{A}{b} \arctg\left(\frac{x+a}{b}\right) + c$$

Határozzuk meg az alábbi függvények primitív függvényét!

1. $\frac{1}{2x-3}, \frac{2}{(2x-3)^6}, \frac{3}{3x-4}, \frac{4}{(3x-4)^4}$

2. $\frac{1}{x^2-2x+10}$

3. $\frac{2}{x^2+6x+10}$

4. $\frac{3}{x^2-6x+25}$

5. $\frac{4}{x^2-4x+13}$

6. $\frac{5}{x^2+4x+8}$

7. $\frac{6}{x^2-x+1}$

8. $\frac{7}{x^2+1}$

9. $\frac{1}{x^2+8x+12}$

10. $\frac{2}{x^2-4x-12}$

11. $\frac{3}{x^2+6x+5}$

12. $\frac{4}{x^2-4x-5}$

13. $\frac{5}{x^2-x-6}$

14. $\frac{6}{x^2-9}$

15. $\frac{7}{x^2-1}$

16. $\frac{x-1}{x^2-2x+10}$

17. $\frac{3x+2}{x^2+6x+10}$

18. $\frac{-x-3}{x^2-6x+25}$

19. $\frac{x+4}{x^2-4x+13}$

20. $\frac{2x+5}{x^2+4x+8}$

21. $\frac{3x+6}{x^2-x+1}$

22. $\frac{-2x-7}{x^2+1}$

23. $\frac{x-1}{x^2+8x+12}$

24. $\frac{3x+2}{x^2-4x-12}$

25. $\frac{-x-3}{x^2+6x+5}$

26. $\frac{x+4}{x^2-4x-5}$

27. $\frac{2x+5}{x^2-x-6}$

28. $\frac{3x+6}{x^2-9}$

29. $\frac{-2x-7}{x^2-1}$

30. $\frac{5x}{(3x-4)^6}, \frac{x^2}{(x-1)^3}, \frac{x^2+3x}{(x+2)^3}$

31. $\frac{x^3}{x^2-1}, \frac{x^4}{x^2+2x}$