Matematika A1

6. feladatsor

1. Határozzuk meg a függvények első deriváltját.
   (a) $y = \frac{2x+5}{3x-2}$
   (b) $y = (1-x)(1+x^2)^{-1}$
   (c) $y = \frac{1+x-4\sqrt{x}}{x}$
   (d) $y = \frac{1}{(x^2-1)(x^2+x+1)}$
   (e) $y = x^3 e^x$
   (f) $y = (x^2 + e^{-x}) \sin x$
2. Határozzuk meg az $f(x) = \frac{x^4}{2} - \frac{3}{2}x^2 - x$ függvény n-edik deriváltját, n tetszőleges pozitív egész szám esetén.
3. Igazoljuk, hogy ha az f, g, h differenciálható függvény és az fgh függvény létezik, akkor fgh is differenciálható és
$$(fgh)' = f'gh + fg'h + fgh'.$$
4. Határozzuk meg a dy/dx függvényt.
   (a) $y = -10x + 3\cos x$
   (b) $y = \frac{1}{\sin x} - 4\sqrt{x} + 7$
   (c) $y = \frac{ctgx}{1+ctgx}$
   (d) $y = tgx - x$
   (e) $y = \frac{\sin x+1}{\sin x-1}$
   (f) $y = \frac{1}{\sin x \cos x}$
5. Deriváljuk a függvényeket.
   (a) $y = \left(1 - \frac{x}{7}\right)^{-7}$
   (b) $y = \left(\frac{x^2}{8} + x - \frac{1}{x}\right)^4$
   (c) $y = \frac{1}{\cos(tgx)}$
   (d) $y = \sin^3 x$
   (e) $y = \cos^4(1-2x)$
   (f) $y = \sin(\cos(2x-5))$
   (g) $y = (1 + ctg(x/2))^{-2}$
   (h) $y = \sin(x^2)\cos(2x)$
   (i) $y = 4\sin\sqrt{1+\sqrt{x}}$

(j) $y = \sqrt{\frac{x^2+x}{x^2}}$

(k) $y = (2x+1)\sqrt{2x+1}$

(l) $y = \frac{3}{(5x^2+\sin^2 x)^{3/2}}$

6. Határozzuk meg a az y'' függvényt.

   (a) $y = \left(1+\frac{1}{x}\right)^3$

   (b) $y = \frac{1}{9}ctg(3x-1)$

7. Írjuk fel a görbét az adott pontban érintő egyenletét; számításunkat ellenőrizzük a görbe és az érintő ábrázolásával.

   (a) $y = 4 - x^2, \quad (-1, 3)$

   (b) $y = 2\sqrt{x}, \quad (1, 2)$

   (c) $y = x^3, \quad (-2, -8)$

   (d) $y = \frac{x}{x-2}, \quad (3, 3)$

8. A megadott görbék melyik pontjában lesz vízszintes az érintő.

   (a) $f(x) = x^2 + 4x - 1$

   (b) $f(x) = x^3 - 3x$

9. Van-e az

$$f(x) = \begin{cases} x^2\sin(1/x), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

függvény grafikonjának érintője az origóban?

10. Van-e az

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

függvény grafikonjának érintője az origóban? Indokoljuk válaszunkat.