Név: ....NEPTUN kód...........Gyak. vez.: ....

Matematika A3#, I. zárthelyi dolgozat, 2008/09. II. félév, Minta

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

1. Feladat. Adjuk meg annak a testnek a térfogatát, melyet az $x^2 + y^2 = 25$ henger belsejében a $z = 0$ és $x + z = 8$ síkok határolnak!

Térfogat: (6p)

2. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (t, \sqrt{4t - t^2}, 2\ln(1 - t/4))$ görbe ívhosszát a $t_0 = 0$ és $t_1 = 1$ paraméterű pontok között!

Ívhossz: (6p)

3. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (t, t^2, t^3)$ görbe $t = 1$ pontjához tartozó főnormális egységvektort és a rektifikálósík egyenletét!

Főnormális: (5p)	Síkegyenlet: (1p)

4. Feladat. Határozzuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (t^2, \cos t^2, \sin t^2)$ görbe görbületét és torzióját a t paraméter függvényében!

Görbület: (6p)	Torzió: (6p)

5. Feladat. Határozzuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(u, v) = (u\operatorname{ch} v, u\operatorname{sh} v, u)$ felület felszínét, ha $0 \le u, v \le 1$! Határozzuk meg az érintősík egyenletét az $(u, v) = (1/2, 1/2)$ paramétereknek megfelelő felületpontban!

Felszín: (5p)	Érintősík: (1p)

6. Feladat. Számítsuk ki $\operatorname{div}\overline{\mathbf{v}}(x, y, z)$ és $\operatorname{rot}\overline{\mathbf{v}}(x, y, z)$ értékét az $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (\cos(2x), \sin(2y), \operatorname{tg} z)$ vektorfüggvény esetén!

$\operatorname{div}\overline{\mathbf{v}}(x, y, z)$: (3p)	$\operatorname{rot}\overline{\mathbf{v}}(x, y, z)$: (3p)

7. Feladat. Határozzuk meg a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (y, 0, zy)$ vektorfüggvény vonalintegrálját az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (\cos t, \sin t, 3t)$, $t \in [0, 2\pi]$ csavarvonal mentén!

Vonalintegrál: (6p)

8. Feladat. Adjuk meg a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (2, 2y + z, y + 1)$ vektorfüggvény egy potenciálfüggvényét (amennyiben létezik)!

Potenciálfv.: (6p)

9. Feladat. Használjuk a Stokes-tételt a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (2z, 3x, 5y)$ vektorfüggvény rotációjának $\overline{\mathbf{r}}(u, v) = (u\cos v, u\sin v, 4 - u^2)$, $0 \le u \le 2$, $0 \le v \le 2\pi$ felületre vett integráljának kiszámítására ha a felület az $\overline{\mathbf{r}}'_u \times \overline{\mathbf{r}}'_v$ vektorral van irányítva!

Felületi int.: (6p)

10. Feladat. A Gauss-Osztogradszkij tétel segítségével számítsuk ki a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (x^2, xz, 3z)$ vektorfüggvény integrálját az $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ gömbfelületre.

Felületi int.: (6p)