

Név:NEPTUN kód.....Gyak. vez.:

Matematika A3#, II. zárthelyi dolgozat, 2008/09. II. félév, Minta

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

1. FELADAT. Határozzuk meg i^i értékét! Adjuk meg a hatvány főértékét is!

$i^i =$	(4p)	főérték:	(2p)
---------	------	----------	------

2. FELADAT. Mely pontokban differenciálható és reguláris az $f(z) = z|z|^2$ függvény? Adjuk meg a deriváltat az origóban!

Deriválható:	(2p)	Reguláris:	(2p)	$f'(0)$:	(2p)
--------------	------	------------	------	-----------	------

3. FELADAT. Lehet-e az $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ kétváltozós függvény egy reguláris komplex függvény valós része? Ha igen határozzuk meg a harmonikus társát az $x \neq 0$ feltétel mellett!

Igen/nem:	(3p)	Harmonikus társ:	(3p)
-----------	------	------------------	------

4. FELADAT. Határozzuk meg az $f(z) = \bar{z}$ komplex függvény integrálját a $0, 1 + i, i$ pontok által meghatározott háromszögvonalon, amely az óramutató járásával ellentétesen van irányítva!

Az integrál értéke:	(6p)
---------------------	------

5. FELADAT. Határozzuk meg az óramutató járásával ellentétesen irányított $|z - 2| = 1$ körvonalra vett integrálját az

$$f(z) = \frac{3z - i}{z^2 - 2z}$$

függvénynek!

Az integrál értéke:	(6p)
---------------------	------

6. FELADAT. Adjuk meg az

$$f(z) = \frac{1}{z^2(z - 2i)}$$

függvény $2i$ körüli 2 sugarú gyűrűben konvergens Laurent-sorának c_4 együtthatóját ($(z - 2i)^4$ együtthatója)!

c_4 :	(6p)
---------	------

7. FELADAT. Adjuk meg az

$$f(t) = \begin{cases} (t - 2)^3, & t \geq 2, \\ 0, & t < 2 \end{cases}$$

függvény Laplace-transzformáltját! $L[f](s) =$ (6p)

8. FELADAT. Adjuk meg az $f_1(t) = t$ és $f_2(t) = t^2$ függvények konvolúcióját!

$(f_1 * f_2)(t) =$	(6p)
--------------------	------

9. FELADAT. Határozzuk meg az $y' = y(2 + \sin x)$ differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y(x) = \quad (6p)$$

10. FELADAT. Határozzuk meg az $y' = 2\sqrt{y+1} \cos x$, $y(\pi) = 0$ kezdetiérték-feladat megoldását!

$$y(x) = \quad (6p)$$