Név: ....NEPTUN kód...........Gyak. vez.: ....

Matematika A3#, I. zárthelyi dolgozat, 2008/09. II. félév, A. csoport

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

A feladatokban a vektorok koordinátái a szokásos Descartres-féle derékszögű koordinátarendszerben adottak ($\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$).

1. Feladat. Adjuk meg annak a testnek a térfogatát, melyet az xy-síkbeli (0,0), (-2,2) és (-2,-2) pontok által meghatározott háromszöglap felett a $z = 0$ és $z = x^2 - 2y$ felületek határolnak! | Térfogat: (6p) |

2. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (t^2/2, 2t^3/3, t^4/2)$ görbe ívhosszát a $t_0 = 0$ és $t_1 = 2$ paraméterű pontok között! | Ívhossz: (6p) |

3. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (t^2 - 1, t + 2, t^3 - t)$ görbe $t = 1$ pontjához tartozó binormális egységvektort és a simulósík egyenletét!

Binormális: (5p)	Síkegyenlet: (1p)

4. Feladat. Határozzuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (e^t, e^{-t}, \sqrt{2}t)$ görbe görbületét és torzióját a $t = 0$ paraméterű pontban! | Görbület: (3p) | Torzió: (3p) |

5. Feladat. Határozzuk meg a $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ felület azon részének felszínét, amely az xy-síkbeli origó középpontú egységkör felett található!

| Felszín: (6p) |

6. Feladat. Adjuk meg azokat az (x, y, z) pontokat, melyekben a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (2xz, 3xy, 5yx)$ vektorfüggvény rotációja nulla!

| (x, y, z): (6p) |

7. Feladat. Határozzuk meg a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (-y/(x^2+y^2), x/(x^2+y^2), z)$ vektorfüggvény vonalintegrálját a $z = 1$ síkbeli origó középpontú egységkörön, amely a z-tengely irányából nézve az óramutató járásával ellentétesen van irányítva! | Vonalintegrál: (6p) |

8. Feladat. Adjuk meg a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (2x, -y^2, 4/(1 + z^2))$ vektormező munkáját a (0,0,0) és a (3,3,1) pontokat összekötő szakaszon a potenciálfüggvény segítségével!

| Munka: (6p) |

9. Feladat. Használjuk a Stokes-tételt a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (2y, 3x, -z^2)$ vektorfüggvény xy-síkbeli origó középpontú egységsugarú körre vett vonalintegráljának meghatározására!

| Vonalint.: (6p) |

10. Feladat. A Gauss-Osztogradszkij tétel segítségével számítsuk ki a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (3x + y^{99}, y^2 - \sin(x^2 z), xz - ye^{x^2})$ vektorfüggvény felületi integrálját a $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \in [0, 1], y \in [0, 2], z \in [0, 3]\}$ téglatest felületén!

| Felületi int.: (6p) |

Név: ....NEPTUN kód...........Gyak. vez.: ....

Matematika A3#, I. zárthelyi dolgozat, 2008/09. II. félév, B. csoport

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

A feladatokban a vektorok koordinátái a szokásos Descartres-féle derékszögű koordinátarendszerben adottak $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$.

1. Feladat. Adjuk meg annak a testnek a térfogatát, melyet az xy-síkbeli (0,0), (2,2) és (2,-2) pontok által meghatározott háromszöglap felett a $z = 0$ és $z = x^2 + 2y$ felületek határolnak!

Térfogat: (6p)

2. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (t, \sqrt{3}t^2, 2t^3)$ görbe ívhosszát a $t_0 = -1$ és $t_1 = 1$ paraméterű pontok között!

Ívhossz: (6p)

3. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (2t, \ln t, t^2)$ görbe $t = 1$ pontjához tartozó binormális egységvektort és a simulósík egyenletét!

Binormális: (5p)	Síkegyenlet: (1p)

4. Feladat. Határozzuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (t^3 - 2t^2, 3t + 2, t^2 - 5)$ görbe görbületét és torzióját a $t = 1$ paraméterű pontban!

Görbület: (3p)	Torzió: (3p)

5. Feladat. Határozzuk meg a $x^2 - 2y - 2z = 0$ felület azon részének felszínét, amely az xy-síkban az $x = 2$, $y = 0$, $y = 3x$ görbék által határolt tartomány felett található!

Felszín: (6p)

6. Feladat. Adjuk meg azokat az (x, y, z) pontokat, melyekben a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (2xz, 3xy, 5xy^2)$ vektorfüggvény rotációja nulla!

(x, y, z): (6p)

7. Feladat. Határozzuk meg a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (-y/(x^2+y^2), x/(x^2+y^2), z)$ vektorfüggvény vonalintegrálját a $z = -1$ síkbeli origó középpontú egységkörön, amely a z-tengely irányából nézve az óramutató járásával ellentétesen van irányítva!

Vonalintegrál: (6p)

8. Feladat. Adjuk meg a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (\sin y \cos x, \cos y \sin x, 1)$ vektormező munkáját az (1,0,0) és a (0,1,1) pontokat összekötő szakaszon a potenciálfüggvény segítségével!

Munka: (6p)

9. Feladat. Használjuk a Stokes-tételt a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (x^2y^2, 1, z)$ vektorfüggvény xy-síkbeli origó középpontú egységsugarú körre vett vonalintegráljának meghatározására!

Vonalint.: (6p)

10. Feladat. A Gauss-Osztogradszkij tétel segítségével számítsuk ki a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (3x + y^{88}, y^2 - \cos(x^2z), xz - xe^{y^2})$ vektorfüggvény felületi integrálját a $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \in [0, 3], y \in [0, 2], z \in [0, 1]\}$ téglatest felületén!

Felületi int.: (6p)