

Név: .....NEPTUN kód.....Gyak. vez.: .....

**Matematika A3#, II. zárthelyi dolgozat, 2008/09. II. félév, A csoport**

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

1. FELADAT. Határozzuk meg  $(-2)^{-i}$  értékét! Adjuk meg a hatvány főértékét is!

$(-2)^{-i} =$	(4p)	főérték:	(2p)
---------------	------	----------	------

2. FELADAT. Mely pontokban differenciálható és reguláris az  $f(z) = 2z - \bar{z}$  függvény?

Deriválható:	(3p)	Reguláris:	(3p)
--------------	------	------------	------

3. FELADAT. Határozzuk meg az  $f(z) = z^2 - 2z + 5$  függvény integrálját az 1 kezdőpontú és  $i$  végpontú szakaszon! Az integrál értéke: (6p)

4. FELADAT. Határozzuk meg az  $f(z) = \bar{z}$  komplex függvény integrálját az origó középpű 2 egység sugarú kör valós tengely fölé eső részéből és a  $[-2, 2]$  szakaszból álló, óramutató járásával ellentétesen irányított zárt görbére!

Az integrál értéke:	(6p)
---------------------	------

5. FELADAT. Határozzuk meg az óramutató járásával ellentétesen irányított  $|z - 1| = 2$  körvonalra vett integrálját az

$$f(z) = \frac{e^z}{z^3 - 8}$$

függvénynek! Az integrál értéke: (6p)

6. FELADAT. Adjuk meg az

$$f(z) = \frac{1}{z^2(z - 2i)}$$

függvény  $2i$  körüli 2 sugarú gyűrűben konvergens Laurent-sorának  $c_3$  együtthatóját  $((z - 2i)^3$  együtthatója)!  $c_3$ : (6p)

7. FELADAT. Ismerve, hogy  $L[t \sin t](s) = 2s/(s^2 + 1)^2$ , adjuk meg az  $L[(t \sin t)'](s)$  függvényt!  $L[(t \sin t)'](s) =$  (6p)

8. FELADAT. Állítsuk elő az alábbi függvényt parciális törtek összegeként, majd ennek segítségével adjuk meg inverz Laplace-transzformáltját!

$F(s) = \frac{1}{s(s^2 + 1)}$	$L^{-1}[F](t) =$	(6p)
-------------------------------	------------------	------

9. FELADAT. Határozzuk meg az  $y' = 3e^y x^2$  differenciálegyenlet általános megoldását!  $y(x) =$  (6p)

10. FELADAT. Határozzuk meg az  $y' = 2x \cos^2 y$ ,  $y(0) = \pi/4$  kezdetiérték-feladat megoldását!  $y(x) =$  (6p)

Név: .....NEPTUN kód.....Gyak. vez.: .....

**Matematika A3#, II. zárthelyi dolgozat, 2008/09. II. félév, B csoport**

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

1. FELADAT. Határozzuk meg  $(-1)^{-i}$  értékét! Adjuk meg a hatvány főértékét is!

$(-1)^{-i} =$	(4p)	főérték:	(2p)
---------------	------	----------	------

2. FELADAT. Mely pontokban differenciálható és reguláris az  $f(z) = \bar{z} - 3z$  függvény?

Deriválható:	(3p)	Reguláris:	(3p)
--------------	------	------------	------

3. FELADAT. Határozzuk meg az  $f(z) = z^2 + 2z - 5$  függvény integrálját az  $i$  kezdőpontú és 1 végpontú szakaszon! Az integrál értéke: (6p)

4. FELADAT. Határozzuk meg az  $f(z) = \bar{z}$  komplex függvény integrálját az origó középpű egységsugarú kör valós tengely fölé eső részéből és a  $[-1, 1]$  szakaszból álló, óramutató járásával ellentétesen irányított zárt görbére!

Az integrál értéke:	(6p)
---------------------	------

5. FELADAT. Határozzuk meg az óramutató járásával ellentétesen irányított  $|z - 2i| = 2$  körvonalra vett integrálját az

$$f(z) = \frac{e^z}{z^3 - 8}$$

függvénynek! Az integrál értéke: (6p)

6. FELADAT. Adjuk meg az

$$f(z) = \frac{1}{z^2(z - 2i)}$$

függvény  $2i$  körüli 2 sugarú gyűrűben konvergens Laurent-sorának  $c_2$  együtthatóját  $((z - 2i)^2$  együtthatója)!  $c_2$ : (6p)

7. FELADAT. Ismerve, hogy  $L[t \cos t](s) = (s^2 - 1)/(s^2 + 1)^2$ , adjuk meg az  $L[(t \cos t)'](s)$  függvényt!  $L[(t \cos t)'](s) =$  (6p)

8. FELADAT. Állítsuk elő az alábbi függvényt parciális törtek összegeként, majd ennek segítségével adjuk meg inverz Laplace-transzformáltját!

$F(s) = \frac{1}{s^2(s^2 + 1)}$	$L^{-1}[F](t) =$	(6p)
---------------------------------	------------------	------

9. FELADAT. Határozzuk meg az  $y' = -9x^2y^2$  differenciálegyenlet általános megoldását!  $y(x) =$  (6p)

10. FELADAT. Határozzuk meg az  $y' = 8x^3e^{-2y}$ ,  $y(1) = 0$  kezdetiérték-feladat megoldását!  $y(x) =$  (6p)