Név: ....NEPTUN kód...........Gyak. vez.: ....

Matematika A3#, I. zárthelyi dolgozat, 2009/10. II. félév, A. csoport

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

A dolgozathoz csak íróeszköz és üres A4-es papír használható. Számológép nem használható!

A feladatokban a vektorok koordinátái a szokásos Descartres-féle derékszögű koordinátarendszerben adottak $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$.

1. Feladat. Adjuk meg az $f(x, y, z) = 1/(x^2 + y^2 + z^2)$ háromváltozós függvény integrálját az origó középű 1 és 2 sugarú gömbök felülete által közrezárt térbeli tartományon!

Az integrál értéke: (6p)

2. Feladat. Az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (\sin t - t\cos t, \cos t + t\sin t, t^2 + 1)$ vektor-skalár függvény egy test térbeli helyét adja meg a t idő függvényében. Adjuk meg azokat a t időpontokat, amikor a test sebessége nulla! Mekkora utat tesz meg a test a $t = 2$ és $t = 3$ időpontok között?

$t =$ (3p)	Út: (3p)

3. Feladat. Az $\overline{\mathbf{r}}(s) = ((s/\sqrt{3})\cos(\ln(s/\sqrt{3})), (s/\sqrt{3})\sin(\ln(s/\sqrt{3})), s/\sqrt{3})$ görbe ívhosszparaméterezett. Adjuk meg a görbe görbületét az $s = 1$ paraméterű görbepontban!

Görbület: (6p)

4. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (3t - t^2, 3t^2, 3t + t^3)$ görbe $t = 0$ pontjához tartozó torzió értékét és a rektifikálósík egyenletét!

Torzió: (3p)	Síkegyenlet: (3p)

5. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(u, v) = (u, (1 + u)\cos v, (1 + u)\sin v)$, $u \in [0, 1]$, $v \in [0, \pi/2]$ felület felszínét!

Felszín: (6p)

6. Feladat. Tekintsük a $\overline{\mathbf{v}}(\overline{\mathbf{r}}) = |\overline{\mathbf{r}}|\overline{\mathbf{c}}$ vektor-vektor függvényt, ahol $\overline{\mathbf{c}} = (c_1, c_2, c_3)$ rögzített vektor. Adjuk meg a $\mathrm{rot}(\overline{\mathbf{v}})$ függvényt $\overline{\mathbf{r}}$-rel és $\overline{\mathbf{c}}$-vel kifejezve!

$\mathrm{rot}(\overline{\mathbf{v}})=$ (6p)

7. Feladat. Mekkora munkát végez a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (2y, -3x - 1, x^2 - y^2)$ erőtér az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ csavarvonalon a $t = 0$ ponttól a $t = 2\pi$ pontig haladva?

Munka: (6p)

8. Feladat. Számítsuk ki a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (x + 4y, 2y + z^2, z)$ vektor-vektor függvény felületi integrálját az origó középű, 1 sugarú gömb felületére, ha a felület kifelé irányított!

Felületi int.: (6p)

9. Feladat. Lehet-e az $u(x, y) = 3(x^2 - y^2) + 2y + 1$ függvény egy reguláris $f(z)$ komplex függvény valós része? Ha igen, akkor határozzuk meg a harmonikus társát és az $f(z)$ függvény deriváltját!

$v(x, y) =$ (4p)	$f'(z) =$ (2p)

10. Feladat. Mely pontokban deriválható ill. reguláris az $f(z) = z\mathrm{Re}(z)$ komplex függvény? ($\mathrm{Re}(z)$ a z szám valós részét jelenti.)

Deriválható: $z =$ (3p)	Reguláris: $z =$ (3p)

Név: ....NEPTUN kód...........Gyak. vez.: ....

Matematika A3#, I. zárthelyi dolgozat, 2009/10. II. félév, B. csoport

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

A dolgozathoz csak íróeszköz és üres A4-es papír használható. Számológép nem használható!

A feladatokban a vektorok koordinátái a szokásos Descartres-féle derékszögű koordinátarendszerben adottak $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$.

1. Feladat. Adjuk meg az $f(x,y,z) = 1/(x^2+y^2+z^2)$ háromváltozós függvény integrálját az origó közepű 2 és 4 sugarú gömbök felülete által közrezárt térbeli tartományon!

Az integrál értéke: (6p)

2. Feladat. Az $\overline{\mathbf{r}}(s) = (s/\sqrt{3}, (s/\sqrt{3})\sin(\ln(s/\sqrt{3})), (s/\sqrt{3})\cos(\ln(s/\sqrt{3})))$ görbe ívhosszparaméterezett. Adjuk meg a görbe görbületét az $s=1$ paraméterű görbepontban!

Görbület: (6p)

3. Feladat. Az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (t\cos t - \sin t, t\sin t + \cos t, t^2+1)$ vektor-skalár függvény egy test térbeli helyét adja meg a t idő függvényében. Adjuk meg azokat a t időpontokat, amikor a test sebessége nulla! Mekkora utat tesz meg a test a $t=1$ és $t=2$ időpontok között?

$t =$ (3p)	Út: (3p)

4. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (t^2-3t, 3t^2, 3t+t^3)$ görbe $t=0$ pontjához tartozó torzió értékét és a rektifikálósík egyenletét!

Torzió: (3p)	Síkegyenlet: (3p)

5. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(u,v) = (2u\cos v, 2u\sin v, u^2)$, $u \in [0,1]$, $v \in [0,2\pi]$ felület felszínét!

Felszín: (6p)

6. Feladat. Tekintsük a $\overline{\mathbf{v}}(\overline{\mathbf{r}}) = \overline{\mathbf{r}} \times \overline{\mathbf{c}}$ vektor-vektor függvényt, ahol $\overline{\mathbf{c}} = (c_1, c_2, c_3)$ rögzített vektor. Adjuk meg a $\mathrm{rot}(\overline{\mathbf{v}})$ függvényt $\overline{\mathbf{r}}$-rel és $\overline{\mathbf{c}}$-vel kifejezve!

$\mathrm{rot}(\overline{\mathbf{v}})=$ (6p)

7. Feladat. Mekkora munkát végez a $\overline{\mathbf{v}}(x,y,z) = (2x-1, x+2y, x^2-y^2)$ erőtér az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (\sin t, \cos t, t)$ csavarvonalon a $t=\pi$ ponttól a $t=0$ pontig haladva?

Munka: (6p)

8. Feladat. Számítsuk ki a $\overline{\mathbf{v}}(x,y,z) = (2x-y, 2y+z^3, 5z)$ vektor-vektor függvény felületi integrálját az origó közepű, egy sugarú gömb felületére, ha a felület kifelé irányított!

Felületi int.: (6p)

9. Feladat. Lehet-e az $u(x,y) = 3(y^2-x^2) - 2y - 1$ függvény egy reguláris $f(z)$ komplex függvény valós része? Ha igen, akkor határozzuk meg a harmonikus társát és az $f(z)$ függvény deriváltját!

$v(x,y) =$ (4p)	$f'(z)$ (2p)

10. Feladat. Mely pontokban deriválható ill. reguláris az $f(z) = z\mathrm{Im}(z)$ komplex függvény? ($\mathrm{Im}(z)$ a z szám képzetes részét jelenti.)

Deriválható: $z =$ (3p)	Reguláris: $z =$ (3p)