Név: ....NEPTUN kód...........Gyak. vez.: ....

Matematika A3#, I. zárthelyi dolgozat, 2010/11. II. félév

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen. A kitöltött feladatlapot és a kidolgozott feladatokat is be kell adni.

A dolgozathoz csak íróeszköz és üres A4-es papír használható. Számológép nem használható!

A feladatokban a vektorok koordinátái a szokásos Descartres-féle derékszögű koordinátarendszerben adottak ($\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$).

1. Feladat. Az $\bar{\mathbf{r}}(t) = (6t^2, 4\sqrt{2}t^3, 3t^4)$ vektor-skalár függvény egy test térbeli helyét adja meg a t idő függvényében. Mekkora utat tesz meg a test a $t = -1$ és $t = 2$ időpontok között? Adjuk meg a sebesség nagyságát is az idő függvényében!

$\lvert\dot{\bar{\mathbf{r}}}(t)\rvert =$ (2p)	Út: (4p)

2. Feladat. Adjuk meg az $\bar{\mathbf{r}}(t) = (t^3 - t^2 - 5, 3t^2 + 1, 2t^3 - 16)$ vektor-skalár függvény $t = 2$ pontjához tartozó simulósík és binormális egyenes egyenletét!

Simulósík: (3p)	Binormális: (3p)

3. Feladat. Adjuk meg az $\bar{\mathbf{r}}(t) = (t^2 - 1, t + 2, t^3 - t)$ vektor-skalár függvény $t = 1$ pontjában a görbület és a torzió értékét!

Görbület: (3p)	Torzió: (3p)

4. Feladat. Mekkora munkát végez a $\bar{\mathbf{v}}(x, y, z) = (y, x^2 - x, 0)$ erőtér az xy-síkbeli egységnégyzet kontúrján ((0,0,0),(1,0,0),(1,1,0),(0,1,0) csúcsokkal határolt négyzet), ha azt a z-tengely pozitív irányából nézve az óramutató járásával ellentétesen irányítottuk?

Munka: (6p)

5. Feladat. Adjuk meg a $\bar{\mathbf{v}}(x, y, z) = (x + z, y^2, x + z^3)$ vektormező potenciálját, majd számítsuk ki az erőtér munkáját amíg egy testet a $(0, 0, 0)$ pontból az (1,1,1) pontba mozgat!

Potenciál: (3p)	Munka: (3p)

6. Feladat. Határozzuk meg a $\bar{\mathbf{v}}(x, y, z) = (x, -x, z)$ vektormező felületi integrálját az $\bar{\mathbf{r}}(u, v) = (\sin u, v, \cos u)$, $u \in [0, \pi]$, $v \in [0, 2]$ hengerpalást-darabra, ha a hengerpalástdarab a hengerből kifelé van irányítva!

Az integrál értéke: (6p)

7. Feladat. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^2 - y^2$ nyeregfelület grafikonjából az $x^2 + y^2 = 1$ henger által kimetszett felületdarab felszínét!

Felszín: (6p)

8. Feladat. Legyen $\bar{\mathbf{a}} = (a_1, a_2, a_3)$ egy adott vektor és tekintsük a $\bar{\mathbf{v}}(\bar{\mathbf{r}}) = \bar{\mathbf{a}} \times \bar{\mathbf{r}}$ vektormezőt ($\bar{\mathbf{r}} = (x, y, z)$)! Adjuk meg $\bar{\mathbf{v}}(\bar{\mathbf{r}})$ divergenciáját!

$(\mathrm{div}\bar{\mathbf{v}})(\bar{\mathbf{r}})=$ (6p)

9. Feladat. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^2/y^2$ függvény integrálját az $x = 2$ és $y = x$ egyenesek és az $xy = 1$ hiperbola által határolt véges síktartományon!

Az integrál értéke: (6p)

10. Feladat. Az $\int_0^1 \int_y^1 \sin x^2 \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ integrált az $x = u$ és $y = u \cdot v$ helyettesítéssel számoljuk ki. Adjuk meg a koordináta-transzformáció Jacobi-determinánsát és az integrál értékét!

Jacobi: (3p)	Az integrál értéke: (3p)