

Név:NEPTUN kód.....Gyak. vez.:

Matematika A3#, II. zárthelyi dolgozat, 2010/11. II. félév

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

A dolgozathoz csak íróeszköz és üres A4-es papír használható. Számológép nem használható!

1. FELADAT. Adjuk meg $\text{Log}(i^2)$ és $2\text{Log}(i)$ értékeit!

| | | |
|---------------------|---------------------------------|---------------|
| $\text{Log}(i^2) =$ | $(3\text{p}), 2\text{Log}(i) =$ | (3p) |
|---------------------|---------------------------------|---------------|

2. FELADAT. Adjuk meg azokat a pontokat (ha vannak ilyenek), melyekben az $f(x + iy) = x^3 + i(1 - y)^3$ komplex függvény deriválható, ill. reguláris!

| | | | |
|--------------|----------------|------------|---------------|
| Deriválható: | $(3\text{p}),$ | reguláris: | (3p) |
|--------------|----------------|------------|---------------|

3. FELADAT. Határozzuk meg, hogy az $f(x + iy) = x^3 + i(1 + y)^3$ komplex függvény az $1 - 2i$ és $2 - i$ pontok közül melyikben deriválható, és abban a pontban adjuk is meg a derivált értékét!

| | | | |
|--------------|----------------|------------------|---------------|
| Deriválható: | $(3\text{p}),$ | derivált értéke: | (3p) |
|--------------|----------------|------------------|---------------|

4. FELADAT. Határozzuk meg az $f(z) = \cos(z/2)$ komplex függvény integrálját a $0 + 0i$ és a $\pi + 2i$ pontokat összekötő szakaszon!

| | |
|---------------------|---------------|
| Az integrál értéke: | (6p) |
|---------------------|---------------|

5. FELADAT. Határozzuk meg az $f(x + iy) = x^2 + y + ixy$ komplex függvény integrálját a $0 + 0i$ és az $1 + i$ pontokat összekötő szakaszon!

| | |
|---------------------|---------------|
| Az integrál értéke: | (6p) |
|---------------------|---------------|

6. FELADAT. Határozzuk meg az $f(z) = 1/z$ komplex függvény $z_0 = i$ pont körüli $|z - i| < 1$ tartománybeli Laurent-sorának c_5 együtthatóját ($(z - i)^5$ együtthatója)!

| | |
|---------|---------------|
| $c_5 =$ | (6p) |
|---------|---------------|

7. FELADAT. Adjuk meg az $f(z) = 1/(z(z - 1))$ függvény $z_0 = 0$ -beli Laurent-sorát az $1 < |z|$ tartományon!

| | |
|--------------|---------------|
| Laurent-sor: | (6p) |
|--------------|---------------|

8. FELADAT. Adjuk meg az $f(z) = (z^2 + 2)/(z^2(z - i))$ függvény izolált szinguláris helyeihez tartozó residuumok értékét!

| | |
|-------------|---------------|
| Residuumok: | (6p) |
|-------------|---------------|

9. FELADAT. Határozzuk meg az

$$\oint_G \frac{\cos z}{z^2 - 6z + 5} dz$$

integrált, ha G az origó körüli 4 sugarú, óramutató járásával ellentétesen irányított kör a komplex számsíkon!

| | |
|---------------------|---------------|
| Az integrál értéke: | (6p) |
|---------------------|---------------|

10. FELADAT. Adjuk meg az $f(t) = (t^2 - 1) \cos t$ függvény Laplace-transzformáltját!

| | |
|--------------------------|---------------|
| A Laplace-transzformált: | (6p) |
|--------------------------|---------------|