Név: ....NEPTUN kód...........Gyak. vez.: ....

Matematika A3#, I. zárthelyi dolgozat, 2011/12. II. félév

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

A dolgozathoz csak íróeszköz és üres A4-es papír használható. Számológép nem használható!

A feladatokban a vektorok koordinátái a szokásos Descartres-féle derékszögű koordinátarendszerben adottak $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$.

1. FELADAT. Számítsuk ki az ívhosszt a $t \in [0, 2]$ intervallumon az $\bar{\mathbf{r}}(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\cos t + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin t, \frac{1}{\sqrt{3}}\cos t, \frac{1}{\sqrt{3}}\cos t - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin t\right)$ görbe esetén! | Ívhossz= (6p) |

2. FELADAT. Adjuk meg az $\bar{\mathbf{r}}(t) = (t\cos(\ln(t)), t\sin(\ln(t)), t)$ görbe görbületét a $t = 1$ paraméterű görbepontban! | Görbület: (6p) |

3. FELADAT. Adjuk meg az $\bar{\mathbf{r}}(t) = (t, t^2, t^3)$ görbe $t = 1$ pontjához tartozó torzió értékét és a simulósík egyenletét!

Torzió: (3p)	Síkegyenlet: (3p)

4. FELADAT. Adjuk meg a $\bar{\mathbf{v}}(x, y, z) = (z, x, y)$ vektor-vektor függvény integrálját az $\bar{\mathbf{r}}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ csavarvonal (1,0,0) és $(1, 0, 4\pi)$ pontjai között!

| Az integrál értéke: (6p) |

5. FELADAT. Ha egy xz síkban elhelyezkedő b sugarú kört, melynek középpontja a távolságra van a z-tengelytől ($a > b$), megforgatunk a z-tengely körül, akkor egy ún. tóruszfelületet kapunk. Határozzuk meg a tórusz felszínét, ha paraméterezése $\bar{\mathbf{r}}(u, v) = ((a + b\cos v)\cos u, (a + b\cos v)\sin u, b\sin v)$, ahol $0 \leq u, v \leq 2\pi$.

| Felszín: (6p) |

6. FELADAT. Adjuk meg az $f(x, y) = x^2y - yx^3$ függvény grafikonjához az $(x, y) = (1, 2)$ ponthoz tartozó pontban húzott érintősík és normálegyenes egyenletét!

érintősík: (3p)	normálegyenes: (3p)

7. FELADAT. Mekkora munkát végez a $\bar{\mathbf{v}}(\bar{\mathbf{r}}) = 5|\bar{\mathbf{r}}|^3\bar{\mathbf{r}}$ erőtér egy olyan görbén, amely az origó közepű, 1 sugarú gömbfelület egy tetszőleges pontját köti össze az origó közepű, 5 sugarú gömbfelület egy tetszőleges pontjával ($\bar{\mathbf{r}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$)?

| Munka: (6p) |

8. FELADAT. Számítsuk ki a $\bar{\mathbf{v}}(x, y, z) = (e^y, -e^z, e^x)$ vektor-vektor függvény felületi integrálját az $x^2 + y^2 = 9$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $0 \leq z \leq 2$ hengerfelületdarabra, ha a felület a hengerből kifelé irányított!

| Felületi int.: (6p) |

9. FELADAT. Határozzuk meg a $\bar{\mathbf{v}}(x, y, z) = (-e^y, e^z, e^x)$ vektormező rotációjának integrálját a $z = x + y$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ felfelé irányított síkdarabon!

| Integrál értéke: (6p) |

10. FELADAT. Határozzuk meg a $\bar{\mathbf{v}}(x, y, z) = (xz^2, x^2y - x^3, 2xy + y^2z)$ vektor-vektor függvény divergenciájának integrálját az origó közepű, $a > 0$ sugarú, xy-sík "feletti" félgömbtartományra! | Az integrál értéke: (6p) |