

Matematika A3#, II. zárthelyi dolgozat, 2011/12. II. félév

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 60 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 18 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen. A dolgozathoz csak íróeszköz és üres A4-es papír használható. Számológép nem használható!

1. FELADAT. Adjuk meg a 4^{3+i} hatvány értékeit és főértékét (ez utóbbit trigonometrikus alakban)!

Értékei=	(3p), Főérték=	(3p)
----------	----------------	------

2. FELADAT. Adjuk meg (ha vannak ilyenek) azokat a komplex függvényeket, melyek mindenhol regulárisak és valós rész függvényük $u(x, y) = xy$!

$f(z) = f(x + iy) =$	(6p)
----------------------	------

3. FELADAT. Adjuk meg az $f(x + iy) = (1 - x)^3 + iy^3$ függvény deriváltjait azokban a pontokban, ahol deriválható!

Deriválható:	(3p), Derivált:	(3p)
--------------	-----------------	------

4. FELADAT. Határozzuk meg az $f(z) = \bar{z}$ komplex függvény integrálját a $-1 + i$ és $1 + i$ pontokat összekötő $y = x^2$ parabolaívén (irányítás: balról jobbra)!

Az integrál értéke:	(6p)
---------------------	------

5. FELADAT. Határozzuk meg az $f(z) = (\ln(z + 3) + \cos z)/(z + 1)^2$ komplex függvény integrálját az origó közepű, 2 sugarú körvonalra (irányítás: óramutató járásával ellentétes, \ln a főértéket jelenti)!

Az integrál értéke:	(6p)
---------------------	------

6. FELADAT. Fejtsük Laurent-sorba az $f(z) = (-2z + 3)/(z^2 - 3z + 2)$ komplex függvényt az $1 < |z| < 2$ gyűrűben!

$f(z) =$	(6p)
----------	------

7. FELADAT. Adjuk meg az $f(z) = 1/(z^3 - z^4)$ függvény residuumainak értékét az izolált szingularitásokban, és határozzuk meg az integráljának értékét az origó közepű, $1/2$ sugarú, óramutató járásának megfelelően irányított körvonalra!

Residuumok:	(3p) Integrál értéke:	(3p)
-------------	-----------------------	------

8. FELADAT. Adjuk meg az $f(t) = \cos(2t) \star 1$ függvény Laplace-transzformáltját!

A Laplace-transzformált:	(6p)
--------------------------	------

9. FELADAT. Határozzuk meg a $\vec{v}(x, y, z) = (-e^y, e^z, e^x)$ vektormező integrálját azon a $z = x + y$ síkban fekvő zárt görbén, amely a $(0,0,0)$, $(1,0,1)$, $(1,1,2)$, $(0,1,1)$, $(0,0,0)$ pontokat egymás után összekötő egyenes szakaszokból áll (Stokes-tétel)!

Integrál értéke:	(6p)
------------------	------

10. FELADAT. Határozzuk meg a $\vec{v}(x, y, z) = (x, xy, z)$ vektormező integrálját az $x^2 + y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq h$, $h > 0$ henger kifelé irányított teljes felületére!

Integrál értéke:	(6p)
------------------	------