Név: ....NEPTUN kód...........Gyak. vez.: ....

Matematika A3#, I. zárthelyi dolgozat, 2012/13. II. félév

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 42 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 12 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

A dolgozathoz csak íróeszköz és üres A4-es papír használható. Számológép nem használható!

A feladatokban a vektorok koordinátái a szokásos Descartres-féle derékszögű koordinátarendszerben adottak $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$.

1. Feladat. Tekintsük az $\overline{\mathbf{r}}(u,v) = (u^2v, u+v, u-v)$, $u \in [0,2]$, $v \in [0,4]$ felületet! Adjuk meg a felület érintősíkjának egyenletét a felület $(2,3,-1)$ koordinátájú pontjában, ill. a ponton átmenő u-vonal (az a felületi görbe, amely átmegy az adott ponton, a paramétere u, v pedig konstans) görbületét!

Érintősík: (3p)	Görbület: (3p)

2. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = ((t^2-2)\sin t + 2t\cos t, (2-t^2)\cos t + 2t\sin t, 0)$ görbe ívhosszát a $t=0$ és $t=\pi$ paraméterű pontok között!

Ívhossz: (6p)

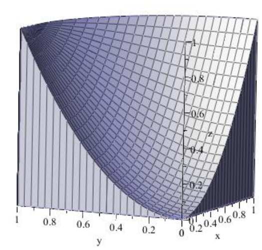
3. Feladat. Határozzuk meg a $\overline{\mathbf{v}} = (2xy, x^2+z^2, 2yz)$ konzervatív erőtér integrálját az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ csavarvonal $t=0$ és $t=2\pi$ paraméterű pontjai között!

Intgerál: (6p)

4. Feladat. Számítsuk ki az $\overline{\mathbf{r}}(u,v) = (u\cos v, u\sin v, u^2)$, $u \in [0,2]$, $v \in [0,2\pi]$ felület felszínét!

Felszín: (6p)

5. Feladat. Számítsuk ki a $\overline{\mathbf{v}}(x,y,z) = (xz, x^2y, y^2z)$ vektor-vektor függvény felületi integrálját annak az első térnyolcadban lévő testnek a teljes kifelé irányított zárt felületére, melyet az $x^2+y^2=1$ hengerfelület, a $z=x^2+y^2$ forgásparaboloid és a koordinátasíkok határolnak! (Alkalmazzuk a Gauss–Osztogradszkij-tételt!)



Felületi int.: (6p)

6. Feladat. Mekkora munkát végez a $\overline{\mathbf{v}}(x,y,z) = (y^2+z^2, x^2+z^2, x^2+y^2)$ erőtér a (0,0,0), (1,0,0), (1,1,1), (0,1,1), (0,0,0) pontok által meghatározott négyszögön a pontok sorrendje által meghatározott irányítás mellett? (Alkalmazzuk a Stokes-tételt!)

Munka: (6p)

7. Feladat. Határozzuk meg a $v(x,y) = 2xy + y/2$ függvény harmonikus társait! Tegyük fel, hogy $v(x,y)$ egy reguláris $f(x+\mathtt{i}y)$ komplex függvény képzetes rész függvénye! Határozzuk meg $f(x+\mathtt{i}y)$ deriváltját!

$u(x,y) =$ (4p)	$f'(x+\mathtt{i}y) =$ (2p)