Név: ....NEPTUN kód...........Gyak. vez.: ....

Matematika A3#, I. zárthelyi dolgozat, 2014/15. II. félév

Minden feladat 6 pontot ér, így összesen 42 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 12 pont szükséges. Egy feladatra csak az egyes rubrikákban szereplő maximális pontszám vagy nulla pont szerezhető. Maximális pont akkor jár, ha jó a feladat megoldási menete és a végeredmény is szerepel a neki szánt helyen.

A dolgozathoz csak íróeszköz és üres A4-es papír használható. Számológép nem használható!

A feladatokban a vektorok koordinátái a szokásos $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ Descartres-féle derékszögű koordinátarendszerben adottak.

1. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (2t^2, t, t^2/2)$ görbe (2,1,1/2) pontjához tartozó görbületét és simulókörének sugarát!

Görbület: (5p), sugár: (1p)

2. Feladat. Adjuk meg az $\overline{\mathbf{r}}(t) = (\cos t + t\sin t, \sin t - t\cos t, t^2)$ görbe ívhosszát a $t = 0$ és $t = \pi/2$ paraméterű pontok között!

Ívhossz: (6p)

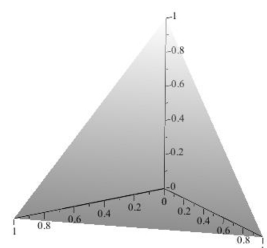
3. Feladat. Határozzuk meg a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (z^3 + 6xy^2, 6x^2y, 3xz^2)$ konzervatív erőtér $\phi(x, y, z)$ potenciálfüggvényét, a P(1,0,1) és Q(2,1,0) pontok között végzett munkáját és a divergenciáját!

$\phi(x, y, z) =$ Munka= div$\overline{\mathbf{v}} =$ (2-2-2p)

4. Feladat. Számítsuk ki az $\overline{\mathbf{r}}(u, v) = (\sqrt{u}\cos v, \sqrt{u}\sin v, u)$, $u \in [0, 4]$, $v \in [0, 2\pi]$ felület felszínét, ill. adjuk meg a (-1,0,1) pontbeli érintősík egyenletét!

Felszín: (4p) Síkegyenlet: (2p)

5. Feladat. Számítsuk ki a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (3z, -4, y)$ vektor-vektor függvény fluxusát a $z = 1 - x - y$ sík első térnyolcadbeli részére (lásd ábra)! A felület felfelé van irányítva.



Fluxus: (6p)

6. Feladat. Ellenőrizzük a Stokes-tételt a $\overline{\mathbf{v}}(x, y, z) = (-y + z, x - z, x - y)$ vektormező A felület peremére vett integráljára, ahol A egy origó közepű, 1 sugarú gömbfelület xy-sík feletti, felfelé irányított része! (Útmutató: Számoljuk ki külön-külön a tételben szereplő egyenlőség mindkét oldalán álló integrált!)

Az integrálok értéke: (3-3p)

7. Feladat. Adjuk meg a $z = 3 + 3\mathtt{i}$ komplex szám logaritmusának és $\mathtt{i}$-edik hatványának főértékét algebrai alakban!

Ln$z =$ (3p), $z^{\mathtt{i}}=$ (3p)