

Feladatok a 3. hét anyagához (beadható: a 4. heti gyakorlatig)

Programírás esetén a Matlab fájlokat kell elküldeni részemre e-mailben. A fájlok ne függvények, hanem szkriptek legyenek, azaz olyan m-fájlok, amik beavatkozás nélkül maguktól lefutnak. A nem programozási feladatokat lapon (kézzel írva vagy nyomtatva) kell beadni.

1. FELADAT. (Matlab) Adjuk be működő formában az alábbi feladat gyakorlaton tárgyalt θ -módszeres megoldását! (Legyen $n = 59$, $q = 0.36$, $\theta = 1/2$.)

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 1000e^{-(x-1/2)^2/0.001}, \\ u_0(0, x) &= \cos(\pi x/2), \\ 4(u(t, 0) - 1) - \frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) &= 0, \\ u(t, 1) &= \sin(15t).\end{aligned}$$

2. FELADAT. (Matlab) Az előző program megfelelő módosításával oldjuk meg az implicit Euler-módszer segítségével az alábbi feladatot! (Legyen $n = 59$, $q = 5$.)

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 1000 \cdot \mathbf{sin}(30t) \cdot e^{-(x-1/2)^2/0.001}, \\ u_0(0, x) &= \cos(\pi x/2), \\ 4(u(t, 0) - \mathbf{cos}(10t)) - \frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) &= 0, \\ u(t, 1) &= \sin(15t).\end{aligned}$$

3. FELADAT. (Matlab) Készítsünk hibavizsgálatot a Crank-Nicolson-módszerrel megoldott alábbi tesztfeladatra (akár a gyakorlaton szereplő feladatok módosításával, és az ottani hibaszámítási módot használva)! (Pontos megoldás: $u(t, x) = \sin(\pi x)e^{-\pi^2 t}$) Legyen $n = 199$, és legyen $q = 2000/2^{i-1}$, ahol $i = 1, \dots, 10$. Adjunk meg egy olyan mátrixot, aminek az első oszlopa a különböző i értékekhez tartozó Δt értékeket adja meg, a második pedig az adott i -hez tartozó hibát. Mit várunk, hogy fog változni a hiba Δt felezésével? Ehhez képest mit kaptunk? Miért? Írjuk rövid magyarázatot a programba megjegyzésként (%-jel után írva)!

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ u_0(0, x) &= \sin(\pi x), \\ u(t, 0) = u(t, 1) &= 0.\end{aligned}$$