Feladatok a 4. hét anyagához (beadható: az 5. heti gyakorlatig)

Programírás esetén a Matlab fájlokat kell elküldeni részemre e-mailben. A fájlok ne függvények, hanem szkriptek legyenek, azaz olyan m-fájlok, amik beavatkozás nélkül maguktól lefutnak. A nem programozási feladatokat lapon (kézzel írva vagy nyomtatva) kell beadni.

1. Feladat. (Papíron) Írjuk fel az alábbi kezdetiérték-feladatra az explicit Euler-módszeres sémát! Mutassuk meg, hogy ez a séma $q \leq 1/2$ esetén stabil lesz $\|.\|_{2,\Delta x}$ normában!

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 20u,$$
$$u_0(0,x) = u_0(x),\ \ x \in \mathbb{R}$$

2. Feladat. (Matlab) Oldjuk meg az alábbi kezdeti- és peremérték-feladatot a [0,0.1] időintervallumon! (Legyen $n = 59$, $q = 0.36$.) A programnak az legyen az eredménye, hogy kirajzolja a $t = 0.1$ időréteghez tartozó megoldást!

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 20u,$$
$$u_0(0,x) = 1 - 2|x - 1/2|,$$
$$u(t,0) = u(t,1) = 0,$$

3. Feladat. (Matlab) Oldjuk meg az alábbi feladatot a Dufort–Frankel-séma segítségével (lsd. gyakorlat vége, ill. az előadás 73. diája)! Most nem csak a nulladik, hanem az első időrétegen is szükség van kezdeti közelítésre. Legyen ez most a pontos megoldás ($u(t,x) = \sin(\pi x)e^{-\pi^2 t}$) értéke az első időrétegen! Legyen $n = 59$ belső pont az intervallumon, és keressük a megoldást a [0,5] időintervallumon! Szimuláljuk a megoldást a $q = 5$ és $q = 50$ választással is! Mit tapasztalunk?

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$
$$u_0(0,x) = \sin(\pi x),$$
$$u(t,0) = u(t,1) = 0.$$