

Feladatok az 5. hét anyagához (beadható: a 6. heti gyakorlatig)

Programírás esetén a Matlab fájlokat kell elküldeni részemre e-mailben. A fájlok ne függvények, hanem szkriptek legyenek, azaz olyan m-fájlok, amik beavatkozás nélkül maguktól lefutnak. A nem programozási feladatokat lapon (kézzel írva vagy nyomtatva) kell beadni.

1. FELADAT. (Papíron) Tekintsük az $u_j^{k+1} = c_{-1}u_{j-1}^k + c_0u_j^k + c_1u_{j+1}^k$ sémát az $u_t' + cu_x' = 0$ advekción egyenlet megoldására! Határozzuk meg a c_{-1} , c_0 és c_1 kifejezéseket úgy, hogy a séma rendje a lehető legmagasabb legyen! Melyik tanult sémát kapjuk így vissza?

2. FELADAT. (Matlab) Oldjuk meg az alábbi feladatot az upwind séma segítségével a $[0, 20]$ időintervallumon! (Legyen $n = 20$, $r = -0.5$.) A program animációban mutassa a numerikus megoldást és a pontos megoldást is!

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, \quad x \in (0, 1), \quad t \in (0, 20), \\ u_0(0, x) &= 1 + \sin(2\pi x), \\ u(t, 0) &= u(t, 1).\end{aligned}$$

3. FELADAT. (Matlab) Oldjuk meg az előző feladatot a Lax–Wendroff-séma alkalmazásával! Hasonlítsuk össze a két numerikus megoldást! Melyik csökkenti jobban az amplitúdót és melyik sebessége tér el jobban a pontos megoldásétól?