

## Feladatok a 7. hét anyagához (beadható: a 8. heti gyakorlatig)

Programírás esetén a Matlab fájlokat kell elküldeni részemre e-mailben. A fájlok ne függvények, hanem szkriptek legyenek, azaz olyan m-fájlok, amik beavatkozás nélkül maguktól lefutnak. A nem programozási feladatokat lapon (kézzel írva vagy nyomtatva) kell beadni.

1. FELADAT. (Papíron) Gyakorlaton megoldottuk a

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + 10 \frac{\partial u}{\partial x} &= 0.1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (-1, 10), \\ u_0(0, x) &= 1 - 2|x|, \quad x \in [-1/2, 1/2], \quad \text{különben nulla,} \\ u(t, -1) &= u(t, 10) = 0\end{aligned}$$

advekción-diffúziós egyenletet úgy, hogy a térbeli deriváltakat a centrális közelítésekkel helyettesítettük. Azt láttuk, hogy a stabilitás szükséges és elégséges feltétele a  $q \leq 1/(2\nu) = 5$  feltétel volt (a kezdetiérték-feladatra). A stabilitás látszott is a megoldáson pl. a  $q = 1$  választás mellett, de pl.  $\Delta x = 1/20$ -os lépéstávolság esetén a megoldás kvalitatívan helytelen volt, mert oszcillációt mutatott. Ezt kerültük el azzal, hogy az iterációs mátrixról garantáltuk, hogy a maximumnormája ne legyen nagyobb 1-nél (maximumnormában is legyen stabil a séma). Ezt úgy tudtuk elérni, hogy a ráctávolságot is kicsire választottuk, nevezetesen a  $\Delta x \leq 2\nu/c = 1/50$  feltételt kellett teljesíteni.

Oldjuk most meg úgy a feladatot, hogy a hely szerinti első deriválnál az (alacsonyabb rendű) upwind sémát használjuk! Határozzuk meg annak elégséges feltételét, hogy az iterációs mátrix maximumnormája ne legyen 1-nél nagyobb! Ebben az esetben kvalitatívan helyes megoldást ad-e a fenti paraméterválasztás ( $q = 1$ ,  $\Delta x = 1/20$ )?

2. FELADAT. (Matlab) Oldjuk meg az előző feladatban szereplő kezdeti- és peremérték-feladatot az ott konstruált numerikus lejárással! A program a szimulációt mutassa!

3. FELADAT. (Matlab) Oldjuk meg az előző feladatok új sémájával a

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + 10 \frac{\partial u}{\partial x} &= 0.1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (-1, 10), \\ u_0(0, x) &= \cos(\pi(x + 1)/22), \\ u(t, -1) &= 1, \\ u(t, 10) &= 0\end{aligned}$$

feladatot! A program a szimulációt mutassa, paramétereknek válasszuk az előző feladat paramétereit!