

Feladatok a 8. hét anyagához (beadható: a 9. heti gyakorlatig)

Programírás esetén a Matlab fájlokat kell elküldeni részemre e-mailben. A fájlok ne függvények, hanem szkriptek legyenek, azaz olyan m-fájlok, amik beavatkozás nélkül maguktól lefutnak. A nem programozási feladatokat lapon (kézzel írva vagy nyomtatva) kell beadni.

1. FELADAT. Tekintsük a hullámegyenletre vonatkozó alábbi kezdeti- és peremértékfeladatot:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (0, 1), \\ u(0, x) &= e^{-400(x-0.3)^2}, \\ \frac{\partial u}{\partial t}(0, x) &= 0, \\ u(t, 0) &= \begin{cases} 0, & t < 1, \\ \cos(6\pi t) - 1, & t \geq 1, \end{cases} \\ u(t, 1) &= 0.\end{aligned}$$

Oldjuk meg a fenti feladatot a tanult módszerrel a $[0, 2]$ időintervallumon! A program az animációt mutassa! Legyen $r = 0.8$ és $\Delta x = 1/200$!

2. FELADAT. Gyakorlaton megoldottuk az egységnégyzeten az alábbi peremértékfeladatot:

$$\begin{aligned}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 10 \sin(\pi x) \sin(\pi y), \\ u(0, y) &= y(1 - y), \\ u(x, 0) &= 0, \\ u(x, 1) &= 0, \\ u(1, y) &= 0.\end{aligned}$$

A megoldás ábrázolásakor csak a tartomány belsejébe eső pontokban ábráztuk a megoldást, a perempontokban nem. Módosítsuk úgy a programot, hogy az a teljes tartományon mutassa a numerikus megoldást! Legyen az irányonkénti belső pontok száma $n = 20$! Feliratozzuk is az ábrát az `xlabel`, `ylabel`, `zlabel` parancsokkal!

3. FELADAT. Oldjuk meg a gyakorlaton eredetileg felírt:

$$\begin{aligned}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 10 \sin(\pi x) \sin(\pi y), \quad (x, y) \in (0, 1) \times (0, 1) \\ u(x, y) &= x + y + 1, \quad \text{ha } (x, y) \text{ a tartomány peremére esik}\end{aligned}$$

peremértékfeladatot! Ábrázoljuk a numerikus megoldást a teljes egységnégyzeten! Legyen az irányonkénti belső pontok száma $n = 20$!