Numerikus számítások II. zh, 2008/09. II. félév, 2009. május 5.

Összesen 40 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 16 pont szükséges. A feladatoknál külön jelöltük, hogy mely eredmények beadandók a zh végén.

Az internet kivételével (kivéve a 2. feladatbeli m-fájl letöltése) minden tárgyi eszköz használható a zh-hoz.

1. FELADAT. Adjuk meg azon 10×10-es mátrix LU- és Cholesky felbontását ($\mathbf{GG}^T$ alakban), melynek főátlójában 2-esek, ezek mellett -1-esek állnak és a többi elem nulla!

$\mathbf{L}_{10,9}$:	$\mathbf{U}_{10,10}$:	$\mathbf{G}_{10,1}$:	(2-2-2p)

2. FELADAT. Határozzuk meg a $\mathrm{tg}(0.1x) = 9.2e^{-x}$ egyenlet $[3, 4]$ intervallumba eső megoldását az intervallumfelezés módszerével! Használhatjuk a `math.bme.hu/~rhorvath/zh2mintfel.m` m-fájlt! Ez a program szerepelt a mintazh-ban (azaz hibás!!!).

Megoldás:	(6p)

3. FELADAT. Rajzoltassuk ki azon $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times3}$-as mátrixok sajátértékeit a komplex számsíkon, melynek elemei $a_{ij} = 1/(i - j + t)$, ahol a $0 < t < 1$ paraméter értéke 1/100-onként változik. Valós részt a `real`, képzetes részt az `imag` paranccsal lehet meghatározni. A `hold on` parancs rögzíti a koordinátarendszert, így a későbbi `plot` parancsok eredménye mindig ugyanabban a koordinátarendszerben kerül ábrázolásra.

Beadandó az m-fájl és az ábra `sajatertek.jpg` néven.	(7p)

4. FELADAT. Az ún. Csebisev polinomokat (T_n) az alábbi rekurzióval definiálják: $T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)$. Készítsünk ábrát a $T_{30}(x)$ polinomról. A grafikon piros színű folytonos vonallal legyen megrajzolva a $[-1, 1]$ intervallumon, adjunk nevet az ábrának és a tengelyeknek!

Beadandó az ábra `csebpolrajz.jpg` néven.	(7p)

5. FELADAT. Magyarországon az alábbi adatokat mérték a havi alkoholfogyasztás és az ittas vezetők ellen indult szabálysértésekkel kapcsolatban:

Havi fogyasztás (l)	szabálysértés (db)
103000	237
245000	845
450000	1356

A fenti adatokra interpolációs polinomot illesztve adjunk becslést arra, hogy hány szabálysértés lenne 325000 l fogyasztás esetén! (7p)

6. FELADAT. Egy falhoz rögzített $1m$ hosszú gumikötél végén egy hangya indul el a fal felé $1m/s$ sebességgel, de a gumikötél szabad végét $10m/s$ sebességgel mozgatjuk az ellenkező irányba. A hangya mozgását az $y'(x) = -1 + 10y/(1 + 10x)$, $y(0) = 1$ kezdetiérték-feladat adja meg, ahol x az idő és $y(x)$ a faltól mért távolság. Mennyire távolodik el a hangya maximálisan a faltól és mennyi idő múlva éri el a falat? Oldjuk meg az egyenletet az `ode45` parancs segítségével!

Max. távolság:	Falhozérés ideje:	(7p)

Numerikus számítások II. zh, 2008/09. II. félév, 2009. május 6.

Összesen 40 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 16 pont szükséges. A feladatoknál külön jelöltük, hogy mely eredmények beadandók a zh végén.

Az internet kivételével minden tárgyi eszköz használható a zh-hoz.

1. Feladat. Ábrázoljuk a $\sin^2(xy)$ függvényt a $[0,\pi] \times [0,\pi]$ téglalapon!

Beadandó az ábra `sinplot.jpg` néven.	(6p)

2. Feladat. Keressük meg a help-ben a `tril` és `triu` parancsokat és nézzük meg, hogy hogy kell őket használni. Írjunk egy olyan függvényt `zh1fel.m` néven, amelynek bemenő paramétere egy négyzetes **A** mátrix. A program felbontja a mátrixot egy diagonális **D** egy felső háromszög (nulla diagonálisú) **U** és egy alsó háromszög (nulla diagonálisú) **L** mátrix összegére, majd kiszámolja a $(\mathbf{U}+\mathbf{E})^{-1}(\mathbf{L}-\mathbf{D})$ mátrixot és ezt ill. az így kijövő mátrix determinánsát adja eredményül.

Beadandó az m-fájl `zh1fel.m` néven.	(6p)

3. Feladat. Oldjuk meg Newton-módszerrel a $\overline{\mathbf{x}}_0 = [0,0]^T$ pontból indulva az

$$x^2 - 2y - 2 = 0,\ x - y^2 - 1 = 0$$

nemlineáris egyenletrendszert!

$\overline{\mathbf{x}}_5 =$	Megoldás:	(7p)

4. Feladat. Az e^{10} értékét szeretnénk meghatározni az exponenciális függvény Taylor-sorának segítségével. Készítsünk ábrát, amely a Taylor-polinom fokszámának függvényében ábrázolja a közelítő érték és a matlab által adott (pontosnak elfogadott) érték különbségét! Nevezzük el a tengelyeket és adjunk nevet az ábrának! Hányadfokú polinom kell a 10^{-11}-nél pontosabb közelítéshez.

Beadandó az ábra `expkoz.jpg` néven. A szükséges fokszám:	(7p)

5. Feladat. Az USA lakossága 1900-tól 1980-ig 10 évenként rendre az alábbi volt (millió): 76.1, 92.4, 106.5, 123.1, 132.6, 152.3, 180.7, 204.9, 226.5. Ábrázoljuk az értékeket koordinátarendszerben! Illesszünk a pontokra egy "jónak tűnő fokszámú" közelítő polinomot és adjunk becslést arra, hogy 2010-ben hány lakosa lesz az USA-nak!

Lakosszám:	(7p)

6. Feladat. Egy v sebességű folyó ($1km$ széles) egyik partjáról elindul egy motorcsónak v sebességgel úgy, hogy a sebességvektora mindig az indulási ponttal szemben lévő túlparti pont felé mutat. A csónak mozgását az

$$y'(x) = \sqrt{1 + \left(\frac{y}{1-x}\right)^2} - \frac{y}{1-x}, \quad y(0) = 0$$

kezdetiértékfeladat adja meg, ahol $y(x)$ a csónak kezdőponttól mért folyóirányú távolsága, x a folyóra merőleges távolság. Hol éri el a csónak a túlsó partot? Az `ode45` eljárást használjuk a megoldáshoz!

Az indulási ponttal átellenes ponttól:	km-re.	(7p)