Numerikus számítások II. zárthelyi dolgozat, 2008/09. II. félév, Minta

Minden feladat 5 pontot ér, így összesen 40 pont szerezhető a feladatsorral. Sikeres zárthelyihez legalább 16 pont szükséges. Az 1. feladatot csak írásban kell megoldani. Beadandó a feladatlap, a 2., 3. és 6. feladatokat megoldó m-fájl ill. az 5. feladatban készített ábra,

Az internet kivételével minden tárgyi eszköz használható a zh-hoz.

1. Feladat. Adjuk meg az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

mátrix LU- és Cholesky felbontását! A számolást a feladatlap hátulján írásban végezzük el! (MATLAB-bal lehet ellenőrizni.)

2. Feladat. Keressük meg a help-ben a `tic` és `toc` parancsokat és nézzük meg, hogy hogy kell őket használni. Hasonlítsuk össze a segítségükkel a MATLAB egyenletrendszer-megoldó függvényének futási idejét és az $\overline{\mathbf{x}} = \mathbf{B}^{-1}\overline{\mathbf{b}}$ képlet kiszámításának idejét, ahol $\mathbf{B}$ egy 1000×1000-es mátrix, melyben minden főátlóbeli elem 2000 és az összes főátlón kívüli elem 1, továbbá $\overline{\mathbf{b}} = [1, 2, \ldots, 1000]^T$.

MATLAB megoldás ideje (s):........., $\overline{\mathbf{x}} = \mathbf{B}^{-1}\overline{\mathbf{b}}$ képlet ideje: ....

3. Feladat. Oldjuk meg az előző feladat egyenletrendszerét iterációs módszerrel! Végezzünk annyi iterációt, hogy kb. 4 tizedesjegyre pontos megoldást kapjunk!

A megoldásvektor 300.: .... és 600.: .... eleme.

4. Feladat. A `math.bme.hu/~rhorvath/zh2mintfel.m` m-fájl egy olyan függvény, amely intervallumfelezéssel old meg egy egyenletet. A kezdeti lépésben az a pontban a függvényérték negatív, a b-ben pedig pozitív. Próbáljuk ki a program futtatását az

```
[x,hiba]=zh2mintfel('x^2-2',1,2,20)
```

paranccsal, amely láthatóan nem ad helyes eredményt. Keressük meg a hibás sort és javítsuk ki! A helyes sor:

....

Adjuk meg a program segítségével a $2x^2 = \sin x$ egyenlet azon megoldását 10^{-10}-nél kisebb hibával, amely 0.2 és 0.8 közé esik : ....

5. Feladat. Az $r(t) = 100(\sin(t\pi/2) + 4)$ függvény adja meg egy szigeten a rókák számának (db) közelítését az idő (év) függvényében, az $n(t) = 100(\cos(t\pi/2) + 5)$ pedig legyen egy hasonló függvény a nyulak számára vonatkozóan. Ábrázoljuk a két függvényt azonos koordinátarendszerben a $[0, 14]$ időintervallumon úgy, hogy csak félévenként számítjuk ki az állatok számát. A rókák grafikonja legyen piros, a nyulaké zöld és ezt az információt az ábrán is tüntessük fel! Adjunk címet a grafikonnak és felíratozzuk a tengelyeket! Az y-koordinátánál 0-tól 600-ig skálázzunk! Mentsük el az ábrát jpg kiterjesztéssel `rokanyul.jpg` néven!

6. Feladat. Készítsünk egy olyan MATLAB függvényt, `sormanipulacio.m` néven, amelynek bemenő adata egy mátrix ($\mathbf{A}$), két sorindex (i,j) ill. egy valós szám (a), és kimenete az a mátrix, amely az $\mathbf{A}$ mátrixból úgy jön létre, hogy az i-edik sor a-szorosát kivonjuk a j-edik sorból!

7. Feladat. Illesszünk az (1,1), (3,13), (5,81), (7,253), (9,577) és (11,1101) pontokra legalább elsőfokú, másodfokú ill. harmadfokú polinomokat!

Elsőfokú: ...., másodfokú: ...., harmadfokú: ....

Adjuk meg a polinomok értékeit az $x = 4$ pontban!

Elsőfokú: ...., másodfokú: ...., harmadfokú: ....

8. Feladat. Adjuk meg az $y' = (y^2+y)/x$, $y(1) = 1$ kezdetiértékfeladat megoldásának értékét az Euler-módszer segítségével az $x = 1.5$ pontban a $h = 1/10, 1/100$ és $1/1000$ lépéstávolságok használatával! Oldjuk meg az egyenletet az `ode45` parancs segítségével is $h = 1/1000$ lépéstávolsággal!

Euler $y(1.5)$: h=1/10 ...... h=1/100 ...... h=1/1000 ......

ode45 $y(1.5)$: ......