Numerikus számítások házi feladatok, 2017. (11. gyakorlat)

A feladatokat nem kell beadni, csak önálló gyakorlásra valók. A következő gyakorlaton megbeszéljük őket.

1. Az $f(x) = e^{-x^2}$ függvényt szeretnénk integrálni a [0,2] intervallumon. Ehhez felveszünk ekvidisztáns módon n pontot az intervallumon, ezekben a pontokban kiszámoljuk a függvényértéket, és az integrált a pontokra illesztett interpolációs polinom integráljával közelítjük. Készítsünk egy olyan táblázatot, melyben az első oszlopban n értéke szerepel 2-től 2-esével 12-ig, a másodikban pedig a kiszámolt integrálközelítés!

2. Ismert, hogy $\int_0^\pi \sin x \, \mathrm{d}x = 2$. Határozzuk meg ezt az integrált a trapézszabály segítségével úgy, hogy n ekvidisztáns intervallumra osztjuk a $[0, \pi]$ intervallumot! Készítsünk egy olyan táblázatot, melyben az első oszlopban a h intervallumhossz szerepel $\pi/2$-től mindig feleződve $\pi/128$-ig, a második oszlopban a kiszámolt közelítő integrál értéke, a harmadikban pedig a közelítő érték hibája! Honnét látszik, hogy a módszer másodrendű?

3. Oldjuk meg az előző feladatot a Simpson-formula alkalmazásával! Honnét látszik, hogy a módszer negyedrendű?

4. A `quad` parancs segítségével határozzuk meg az alábbi integrálokat!

$$a) \int_0^\pi \sin x^2 \, \mathrm{d}x, \quad b) \int_0^1 \frac{x^3 - 3x^2 + 2x + 1}{x^2 + x + 1} \, \mathrm{d}x, \quad c) \int_0^1 \mathrm{tg}^2(x^3 + 1) \, \mathrm{d}x$$

5. Oldjuk meg az $y'(t) = t^2 + y$, $y(0) = 0$ kezdetiérték-feladatot papíron számolva az Euler-módszer segítségével! Elegendő két lépést végigszámolni $h = 0.1$ lépéstávolsággal!

6. Oldjuk meg az előző feladat differenciálegyenletét a Matlab segítségével az Euler-módszert használva a [0,1] intervallumon! Legyen most is $h = 0.1$! Vessük össze az eredményt az előző feladat eredményével! Rajzoljuk ki a közelítő megoldás grafikonját!

7. Rajzoltassuk rá az előző feladat ábrájára a Runge–Kutta-módszer által adott numerikus megoldást! Használjunk most is $h = 0.1$ osztásközt!

8. Oldjuk meg a differenciálegyenletet az `ode45` parancs alkalmazásával! Lineáris interpolációt használva mondjuk meg a megoldás értékét $t = 0.6$-nál! Rajzoltassuk rá ezt a megoldást is az előző ábrára!