

## Numerikus számítások házi feladatok, 2017. (12. gyakorlat)

A feladatokat nem kell beadni, csak önálló gyakorlásra valók. A következő gyakorlaton megbeszéljük őket.

Egy

$$y'' + by' + cy = 0, \quad y(t_0), y'(t_0) \text{ adott értékek}$$

másodrendű kezdetiérték-feladat az alábbi módon írható át elsőrendű differenciálegyenlet rendszerre, ami már megoldható a Matlab ode45 parancsával:

$$\begin{aligned} y_1' &= y_2, \\ y_2' &= -by_2 - cy_1 \end{aligned}$$

$y_1(t_0) = y(t_0)$ ,  $y_2(t_0) = y'(t_0)$ . Itt tehát  $y_1$  maga az  $y$  függvény,  $y_2$  pedig  $y$  deriváltja. Ezt az átírást kell használni az alábbi feladatok megoldásánál.

1. Az egyszerű inga mozgásegyenlete

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta,$$

ahol  $\theta$  a függőlegestől mért kitérés (radiánban),  $g$  a gravitációs gyorsulás ( $m/s^2$ ) és  $L$  az inga hossza ( $m$ ). Határozzuk meg az inga lengésidejét, ha a kezdeti kitérése 1 radián volt, és ekkor nulla volt a sebessége (kis kitérésekre  $T = 2\pi\sqrt{L/g}$  lenne a lengésidő) Számoljunk a  $g = 9.80665m/s^2$  és  $L = 1.5m$  adatokkal!

2. Egy ejtőernyősre ható közegellenállási erő a sebesség négyzetével arányos, így mozgását a

$$\frac{d^2y}{dt^2} = g - \frac{c}{m} \left( \frac{dy}{dt} \right)^2$$

differenciálegyenlet írja le.  $g = 9.80665m/s^2$  a gravitációs gyorsulás,  $c$  a közegellenállási erő arányossági tényezője,  $m$  az ejtőernyős tömege,  $y(t)$  pedig az ugrás helyétől mért távolságot ( $m$ ) adja meg az idő függvényében. Adjuk meg, hogy mennyi időt vesz igénybe egy 500m-es zuhanás!  $c = 0.2028kg/m$ ,  $m = 80kg$ .

3. Egy  $L = 30m$  hosszú, szélnek kitett hajóárbóc elhajlását az

$$y''(z) = \frac{F(z)}{2EI} (L - z)^2$$

differenciálegyenlet írja le, ahol  $z$  az árbóc adott pontjának magassága,  $y(z)$  a pont függőlegestől való elhajlása,  $E$  és  $I$  pedig az anyagra jellemző állandók. Ábrázoljuk az árbóc elhajlását megadó grafikont, ha

$$F(z) = \frac{200z}{5+z} e^{-2z/30}$$

és  $E = 1.3 \times 10^8$ ,  $I = 0.05$ ! Legyen  $y(0) = 0$  és  $y'(0) = 0$ !