Numerikus számítások, 1. zh, 2017. keddi csoport, A

Beküldendő zh1.m néven az rhorvath@math.bme.hu címre. A tárgyban legyen benne a név és a Neptun-kód!

1. A honlapon található `mozgasok.xls` fájlban négy, ugyanabból a pontból induló test mozgásának adatai találhatók. Az első oszlop az időpontokat adja meg (s), a másodiktól kezdve pedig az egyes időpontokhoz tartozó helyadatok (m) találhatók (az első testé a második oszlopban, stb.). Olvassuk be a Matlabba az xls-fájlt, és adjunk nevet a beolvasott mátrixnak (2p)!

   Ábrázoljuk az első és a második test idő-hely grafikonját ugyanabban a koordinátarendszerben! Az első test grafikonja legyen folytonos fekete vonal és az adatokhoz tartozó grafikonpontokat jelöljük Δ-jelekkel (`^`), a másik grafikon legyen szaggatott piros vonal körökkel az adatok helyén! Adjunk címkét a tengelyeknek (idő, hely), címet az ábrának (Két test mozgása), ill. adjuk meg az ábrán, hogy melyik grafikon melyik testé (1. test, 2. test) (6p)!

   Azt sejtjük, hogy az egyik test az $s_1(t) = 2t$, a másik pedig az $s_2(t) = 5\sqrt{t}$ képlet szerint mozog. Ennek ellenőrzésére készítsünk egy olyan ábrát, amely két egymás mellett elhelyezett grafikont tartalmaz. A bal oldali az előző feladatrészben konstruált grafikon, a jobb oldali pedig ugyanazokat az adatokat tartalmazza, mint a bal oldali ábra, csak nincsenek a pontok összekötve, és az ábrára rá vannak rajzolva az s_1 és s_2 függvények grafikonjai is. (4p)

2. Definiáljuk az $a_{ij} = 1/(i^2 + j^3 - 1)$ 10×10-es A mátrixot (2p)!

   Az A mátrixban bejelöljük azokat az elemeket, melyek sor- és oszlopindexe is páratlan. Így kapunk egy új 5×5-ös almátrixot. Adjuk meg ennek determinánsát! (2p)

   Adjuk meg a mátrix utolsó oszlopának maximumát, és azt, hogy ez a maximum melyik sorban van! (2p)

   Adjuk meg a mátrix legkisebb sajátértékét! (2p)

   Adjuk meg az első oszlop elemeinek négyzetösszegét `for`-ciklus használata nélkül (`sum` parancs)! (2p)

3. Tekintsük az alábbi lineáris egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} 5x - y + 3z &= 10 \\ -x + 10.2y + 4.4z &= 17 \\ x + 1.8y + 6.6z &= 12 \end{aligned}$$

   Oldjuk meg a Matlab egyenletrendszer-megoldó parancsa segítségével (2p)!

   Oldjuk meg a Gauss–Seidel-iterációval! Végeztessünk el 20 lépést az iterációval a nullvektorról indulva, mérjük meg ennek futási idejét, és számoljuk ki a 20. lépés után kapott iterációs vektor és a Matlab által adott "pontos megoldás" maximumnormabeli eltérését (4p)!

   A hátoldalon, írásban számolva határozzuk meg az egyenletrendszer együtthatómátrixának LU-felbontását (4p)!

   Adjuk meg az egyenletrendszer együtthatómátrixának általános LU-felbontását, és ellenőrizzük le, hogy a kapott L, U és P mátrixokkal valóban visszakapjuk-e az együtthatómátrixot (2p)!

4. Egy egyetemen 400eFt az éves tandíj, és valahonnét tudjuk, hogy a következő 20 évben a tandíj hány százalékkal fog növekedni évente. Ezeket a százalékokat a k=[3,4,5,3,4,6,7,8,0,1,3,2,3,5,6,7,8,9,10,11] vektor tartalmazza. Számítsuk ki `for` ciklus segítségével a 20 év múlva várható tandíj nagyságát! (6p)

Numerikus számítások, 1. zh, 2017. keddi csoport, B

Beküldendő zh1.m néven az rhorvath@math.bme.hu címre. A tárgyban legyen benne a név és a Neptun-kód!

1. A honlapon található `mozgasok.xls` fájlban négy, ugyanabból a pontból induló test mozgásának adatai találhatók. Az első oszlop az időpontokat adja meg (s), a másodiktól kezdve pedig az egyes időpontokhoz tartozó helyadatok (m) találhatók (az első testé a második oszlopban, stb.). Olvassuk be a Matlabba az xls-fájlt, és adjunk nevet a beolvasott mátrixnak (2p)!

   Ábrázoljuk a harmadik és a negyedik test idő-hely grafikonját ugyanabban a koordinátarendszerben! Az első test grafikonja legyen folytonos piros vonal és az adatokhoz tartozó grafikonpontokat jelöljük Δ-jelekkel (^), a másik grafikon legyen szaggatott fekete vonal körökkel az adatok helyén! Adjunk címkét a tengelyeknek (idő, hely), címet az ábrának (Mozgások), ill. adjuk meg az ábrán, hogy melyik grafikon melyik testé (3. test, 4. test) (6p)!

   Azt sejtjük, hogy az egyik test az $s_3(t) = t^2/2$, a másik pedig az $s_4(t) = 3t$ képlet szerint mozog. Ennek ellenőrzésére készítsünk egy olyan ábrát, amely két egymás mellett elhelyezett grafikont tartalmaz. A bal oldali az előző feladatrészben konstruált grafikon, a jobb oldali pedig ugyanazokat az adatokat tartalmazza, mint a bal oldali ábra, csak nincsenek a pontok összekötve, és az ábrára rá vannak rajzolva az s_3 és s_4 függvények grafikonjai is. (4p)

2. Definiáljuk az $a_{ij} = 1/(i^2 + j^2 - 1)$ 8×8-as A mátrixot (2p)!

   Az A mátrixban bejelöljük azokat az elemeket, melyek sor- és oszlopindexe is páros. Így kapunk egy új 4×4-es almátrixot. Adjuk meg ennek determinánsát! (2p)

   Adjuk meg a mátrix utolsó oszlopának minimumát, és azt, hogy ez a minimum melyik sorban van! (2p)

   Adjuk meg a mátrix legnagyobb sajátértékét! (2p)

   Adjuk meg az első sor elemeinek négyzetösszegét `for`-ciklus használata nélkül (`sum` parancs)! (2p)

3. Tekintsük az alábbi lineáris egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} 5x - y + 3z &= 1 \\ -x + 10.2y + 4.4z &= 17 \\ 2x + 4.6y + 7.2z &= 2 \end{aligned}$$

   Oldjuk meg a Matlab egyenletrendszer-megoldó parancsa segítségével (2p)!

   Oldjuk meg a Gauss–Seidel-iterációval! Végeztessünk el 15 lépést az iterációval a nullvektorról indulva, mérjük meg ennek futási idejét, és számoljuk ki a 15. lépés után kapott iterációs vektor és a Matlab által adott "pontos megoldás" maximumnormabeli eltérését (4p)!

   A hátoldalon, írásban számolva határozzuk meg az egyenletrendszer együtthatómátrixának LU-felbontását (4p)!

   Adjuk meg az egyenletrendszer együtthatómátrixának általános LU-felbontását, és ellenőrizzük le, hogy a kapott L, U és P mátrixokkal valóban visszakapjuk-e az együtthatómátrixot (2p)!

4. Egy egyetemen 500eFt az éves tandíj, és valahonnét tudjuk, hogy a következő 20 évben a tandíj hány százalékkal fog növekedni évente. Ezeket a százalékokat a k=[4,3,3,5,4,6,7,8,0,1,3,2,3,5,6,7,8,9,10,11] vektor tartalmazza. Számítsuk ki `for` ciklus segítségével a 20 év múlva várható tandíj nagyságát! (6p)