

1. Milyen függvény lehet a

$$\int_0^1 (x'(t)^2 + x''(t)^2) dt \rightarrow \min$$

megoldása?

2. Számolja ki az $f(x) = x, |x| \leq 1, f(x) = 0, |x| > 1$ függvény Fourier transzformációját. Van olyan $h \in H_+^2$ függvény melynek f a Fourier transzformáltja? Válaszát igazolja.

3. Bizonyítsa, hogy az $u(x, y) = x^2 - y^2 + x$ függvény harmonikus és keresse meg a harmonikus konjugáltját.

4. Oldja meg a

$$\int_0^1 (9x'(t)^2 + 4x(t)^2) dt \rightarrow \min, \quad x(0) = 0, x(1) = 1$$

feladatot. Határozza meg milyen minimum van, gyenge, erős, abszolút?

5. Oldja meg a

$$\int_0^1 (9t^2 + 4(x'(t))^3) dt \rightarrow \min, \quad x(0) = 1, x(1) = 2$$

feladatot. Határozza meg milyen minimum van, gyenge, erős, abszolút?

6. Igazolja, hogy

$$f(z) = \frac{1}{(z+i)(z+1+i)} \in H_+^2.$$