

Matematika A1 építőkarai hallgatóknak
Határozott integrál alkalmazásai I. (2006. 11. 29.)
(gyak. vez.: Rudas Anna)

Területszámítás

1. Határozzuk meg az $y = \frac{1}{x}$ függvény görbéje és az x tengely közé eső területet a $(3, 4)$ intervallumon!
2. Határozzuk meg az $y = 2x + 3$ függvény görbéje, az x tengely és az $x = 4$ egyenletű egyenes által határolt síkrész területét!
3. Határozzuk meg integrálás segítségével az origó középpontú, 1 sugarú kör x tengely feletti részének területét!
4. Mekkora síkrészt fognak közre az $y = \sin x$ függvény görbéje, valamint az $x = \frac{7\pi}{3}$, $x = \frac{8\pi}{3}$ és az $y = 0$ egyenletű egyenesek?
5. Ábrázoljuk ugyanabban a koordinátarendszerben az $f(x) = \sin x$ és $g(x) = \cos x$ függvényeket, majd számítsuk ki, hogy mekkora területűek az e görbék által közrefogott tartományok!
6. Legyen $M_1 = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 16\}$ és $M_2 = \{(x, y) | y \geq \frac{x^2}{6}\}$. Mekkora a területe az $M_1 \cap M_2$ halmaz koordinátasíkon ábrázolt képének?
7. Határozzuk meg az $y = x^2$ és $y^2 = x$ görbék által bezárt területet!
8. Határozzuk meg az $y = x^2$ és $y = -x^2 + 2$ görbék által bezárt területet!
9. Számítsuk ki az $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ egyenletű ellipszis területét!
10. Számítsuk ki az $r(\varphi) = \frac{1}{2} + \frac{\cos \varphi}{2}$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ egyenlettel megadott szektorszerű tartomány területét!
11. Határozzuk meg az $x = t^2$, $y = 3t^3$ parabola és az x tengely által bezárt területet a $t_1 = 1$ és $t_2 = 3$ paraméterhatárok között!
12. Határozzuk meg a ciklois-ív és az x tengely által bezárt területet! A ciklois egyenletrendszere: $x = 4(t - \sin t)$, $y = 4(1 - \cos t)$.

Ívhossz

Számoljuk ki az adott függvény grafikonjának az adott intervallumhoz tartozó ívhosszát!

1. $f(x) = x^2$, $1 \leq x \leq 4$
2. $f(x) = \ln x$, $2 \leq x \leq 6$
3. $f(x) = \ln \sin x$, $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
4. $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $0 \leq t \leq 2\pi$
5. $x = 5 \cos^3 t$, $y = 5 \sin^3 t$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$
6. $r(\varphi) = a(1 + \cos \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$