

Matematika A1 építőkeri hallgatóknak
Vektorok, térgeometria (2006. 09. 20.)
(gyak. vez.: Rudas Anna)

Alapvető műveletek vektorokkal

1. Pontok és vektorok, vektor hossza

- (a) Írjuk fel az A -ból B -be mutató vektort, $A(-1, 2, 4)$, $B(0, 2, 1)$.
- (b) Mennyi $|(1, 2, -2)|$?
- (c) Mennyi $|(-4, 3, 0)|$?
- (d) Mennyi legyen x , hogy az $(x, 3, -1)$ vektor hossza 1 legyen?
- (e) Mekkora az $A(1, 1, 1)$ és a $B(4, 0, -1)$ pontok távolsága?

2. Skaláris szorzás

- (a) $(1, 2, 0) \cdot (-1, 4, 2)$
- (b) $(2, -1, 1) \cdot (-1, 4, 2)$
- (c) $(3, -1, 2) \cdot (-1, 2, 2)$
- (d) Mennyi legyen y , hogy $(3, -1, 2)$ merőleges legyen $(-1, y, 2)$ -re?
- (e) Határozzuk meg $(1, 2, 0)$ merőleges vetületének hosszát $(-1, 4, 2)$ -re!
- (f) Határozzuk meg az $(1, 2, 0)$ vektor $(-1, 4, 2)$ -re vett merőleges vetület vektorát!

3. Vektoriális szorzás

- (a) $(1, 0, 0) \times (0, 1, 0)$
- (b) $(1, 1, 2) \times (-1, 2, 1)$
- (c) $(1, 1, 2) \times (2, 2, 4)$
- (d) $(2, 1, 0) \times (-1, 2, 1)$
- (e) Mekkora a $(2, 1, 0)$ és a $(-1, 2, 1)$ vektorok által kifeszített paralelogramma területe?

4. Vegyesszorzat

- (a) Mekkora a $(2, 1, 0)$, a $(-1, 2, 1)$ és a $(0, 2, 1)$ vektorok által kifeszített paralelepipedon térfogata?
- (b) Egy síkban vannak-e a következő vektorok: $(2, 1, 0)$, a $(-1, 2, 1)$, a $(1, 1, 1/5)$?

Térgeometria

1. Egyenes egyenlete

- (a) Mi az $\frac{x-2}{3} = y - 4 = \frac{z+2}{2}$ egyenletekkel adott egyenes paraméteres alakja, illetve mi az irányvektora?
- (b) Legyen $A(0, 1, 2)$ és $B(1, 2, -5)$. Mi az AB egyenes egyenlete?
- (c) Mi annak az $A(0, 1, 2)$ ponton átmenő egyenesnek az egyenlete, ami párhuzamos az $(1 - 2t, 3 + t, t)$ egyenessel?

2. Sík egyenlete

- (a) Legyen $A(0, 1, 2)$ és $B(1, 2, -5)$. Mi az AB -re merőleges, az A pontot tartalmazó sík egyenlete?
- (b) Írjuk fel a következő három pontra illeszkedő sík egyenletét: $(1, 2, 3)$, $(-2, 0, 0)$, $(3, 6, -1)$.

3. Egyenesek egymáshoz viszonyított helyzete

- (a) Milyen a két egyenes egymáshoz viszonyított helyzete: $(2 + t, 3 + t, t)$ és $(1 + u, 2 - u, -1 + 2u)$?
- (b) Milyen a két egyenes egymáshoz viszonyított helyzete: $(3 - t, \sqrt{2}, 5 + t)$ és $(2 - u, 2\sqrt{2}, 8 + u)$?
- (c) Milyen a két egyenes egymáshoz viszonyított helyzete: $(4t, 4t, 3)$ és $(1, 3t, -4 - 6t)$?

4. Síkok egymáshoz viszonyított helyzete

- (a) Az alábbiak közül mely síkok merőlegesek a $12x + 3y - 4z = 2006$ síkra: $3x - 4y + 6z = 1978$, $24x + 6y - 8z = 2000$, $x + 4y - 6z = 2024$, $x + 3z = 2050$?
- (b) Határozzuk meg a $x - y + 2z - 5 = 0$ és $3x + y - z - 2 = 0$ síkok metszésvonalát!
- (c) Határozzuk meg a $-2x + 2y + z = 9$ és $-2x + 2y + z = -8$ síkok távolságát!

5. Gúla térfogata

- (a) Mekkora a $(2, 1, 0)$, a $(-1, 2, 1)$ és a $(0, 2, 1)$ vektorok által kifeszített gúla térfogata?
- (b) Határozzuk meg a következő pontok által határolt gúla térfogatát: $A(1, 1, 2)$, $B(2, 2, 5)$, $C(2, 0, 2)$, $D(1, 3, 3)$.

6. Egyenes és sík

- (a) Adjuk meg a $2x + y - 3z$ síkra merőleges, $A(1, 0, -1)$ ponton átmenő egyenes egyenletét!
- (b) Határozzuk meg az $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z + 1$ egyenes és a $2x + 3y + z = 0$ sík dőfspontját!

7. Sík és pont

- (a) Mely pontok vannak a következők közül rajta a $2x + y - 3z = 4$ síkon: $A(2, 0, 1)$, $B(1, 1, -1/3)$?
Mennyi legyen y , hogy a $C(2, y, 1)$ pont rajta legyen a síkon?
- (b) Határozzuk meg a $2x - y + 2z + 4 = 0$ sík távolságát az $A(1, 2, 3)$ ponttól!
- (c) Határozzuk meg a $2x - y + 2z + 1 = 0$ sík távolságát az origótól!