

# Villamosmérnök A4

## 4. gyakorlat (2012. 10. 01.-02.) Várható érték, szórás, módusz

- A  $p_k = \frac{k^2}{30}$ , ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) diszkrét eloszlásnak (itt  $p_k = \mathbb{P}(X = k)$ ) mennyi a
  - várható értéke,
  - módusza,
  - második momentuma,
  - szórása?
- Tételezzük fel rendre az 1.750 Ft, 6.500 Ft, 725.000 Ft, 2.000.000.000 Ft fix nyereményeket az ötös lottón 2, 3, 4 illetve 5 találat esetére. 225 Ft-os ötös lottó árral számolva, egy szelvényvel fogadva mennyi a nyereségünk várható értéke?
- Háromszor olyan valószínű, hogy egy évben két ember születik pontban éjfélkor, mint az, hogy öt.
  - Mire tippelne, hány ember fog a jövő év folyamán éjfélkor születni?
  - Mennyi annak a valószínűsége, hogy senki sem születik éjfélkor egy év alatt?
  - Átlagosan hány ember születik éjfélkor egy év alatt?
- Egy tankör 30 hallgatójának mindegyike egymástól teljesen függetlenül,  $3/4$  valószínűséggel jár Valószínűségszámítás órára.
  - Átlagosan hányan vannak jelen?
  - Melyik létszám a legvalószínűbb?
  - Mennyi a jelenlevők számának szórása?
- Legyen  $X$  egy dobókockával dobott szám. Mennyi  $X$  várható értéke és szórása?
- András és Béla a következőt játsszák. Mindketten feldobnak egy dobókockát, majd András annyi forintot kap Bélától, amennyi a két kockán lévő pontok különbségének a négyzete. Béla pedig annyit kap Andrástól, amennyi a két kockán lévő pontok összege. Melyiküknek kedvez a játék?
- Egy dobozból, amiben 4 piros és 6 fehér golyó van, visszatevés nélkül kihúzzunk 3 golyót. Jelölje  $X$  a kihúzott piros golyók számát. Határozzuk meg  $X$ 
  - eloszlását,
  - várható értékét,
  - móduszát,
  - szórását!
- Két kockával dobva mennyi lesz a dobott számok
  - nagyobbikának illetve
  - kisebbikének várható értéke?
- Anna és Cili két kockával játszanak. Anna akkor fizet Cilinek, ha mindkét feldobott kockán páratlan szám szerepel. Cili akkor fizet Annának, ha pontosan egy kockával dobnak páros számot. Ha más eset fordul elő, egyikük sem fizet. Milyen pénzüsszegeben állapodjanak meg, hogy a játék igazságos legyen?
- 20 ember között sorsolnak ki 9 külföldi nyaralást. A 20 személy között 12 családos.
  - Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 9 nyertes között 7 családos?
  - Mi a kisorsolt családosok számának legvalószínűbb értéke?
- Egy cukorkaboltban 10 perc alatt átlagosan 4 ember vásárol.
  - Várhatóan hányan vásárolnak egy óra alatt?
  - Mennyi annak a valószínűsége, hogy fél óra alatt legalább ketten vásárolnak?
- Két kockát  $n$ -szer dobunk fel. Tudjuk, hogy a dupla hatos dobások számának legvalószínűbb értéke 2 (ez az érték egyértelmű). Mit állíthatunk  $n$  értékéről?
- Egy iskolai kirándulás során négy busz szállítja a diákokat. A négy buszban 40, 33, 25 illetve 50 diák utazik. Véletlenszerűen kiválasztunk egy diákot, és legyen  $X$  az ő buszában utazó összes tanuló száma. A négy buszsofőr közül egyet szintén véletlenszerűen kiválasztunk, és legyen  $Y$  az ő buszán utazó tanulók száma.
  - Mit gondolunk,  $\mathbb{E}(X)$  vagy  $\mathbb{E}(Y)$  lesz nagyobb? Miért?
  - Számoljuk ki  $\mathbb{E}(X)$  és  $\mathbb{E}(Y)$  értékét!

(c) Számoljuk ki  $X$  és  $Y$  szórását!

14. Egy forgalmas útszakaszon, ahol egyébként is szoktak radarozni, fogyelik, hogy 5 perc alatt hány autó lépi át a megengedett sebességhatárt. Tudjuk, valószínűbb az, hogy lesz ilyen autó, mint az, hogy nem lesz. Adjon minél élesebb alsó becslést annak a valószínűségére, hogy pontosan 3 autó lépi át a megengedett sebességhatárt!
15. Statisztikák alapján sok évre visszamenőleg vizsgálták, hogy július hónapban mi volt a balatoni vitorlásbalesetek leggyakoribb száma. Ilyen számnak a 3 adódott. Becsülje meg, hogy legalább hány év statisztikáját kellene végigböngészni ahhoz, hogy a statisztikában találjunk olyan júliust, amikor egyáltalán nem volt a Balatonon vitorlásbaleset.
16. Két kosaras felváltva dob. Ha az egyikük dobása sikeres, akkor abbahagyják a dobálást. Az első dobó 0,5, a második 0,6 valószínűséggel dob sikeresen. Mi lesz a kosárra dobások számának
  - (a) várható értéke?
  - (b) szórása?
17. Egy kisvállalkozó 3 autót tart fenn bérbeadásra. Minden egyes autóra a napi kiadása 600 tallér, függetlenül attól, hogy az autót bérbe veszik-e avagy sem. Egy-egy autó napi bérleti díja 7000 tallér. Nagy a kereslet az autóbérlésre, és ez a vállalkozás szinte még ismeretlen. Ha naponta átlagosan ketten kívánnak autót bérelni, akkor mennyi az üzlet átlagos napi nyeresége?
18. Határozza meg az ötös lottón kihúzott számok nagyság szerinti második legnagyobbjának móduszát!
19. Mosóporvásárlásnál hatféle matricát kell összegyűjteni a minden dobozban megtalálható matricákból ahhoz, hogy ingyen kapjunk egy doboz mosóport. Átlagosan hány doboz mosóport kell ehhez vásárolni?
20. Egy tanteremben 10 darab kétülékes pad található. 10 fiút és 10 lányt ültetnek le véletlenszerűen. Hány olyan pad lesz átlagosan, amelyben fiú és lány is ül?
21. (Tétduplázásos rulettstratégia)  $2^N - 1$  zseton tőkével kezdjük a játékot és addig játszunk, amíg nem nyerünk vagy el nem fogy a tőkénk. Először felteszünk 1 zsetont a pirosra. Ha nyerünk, akkor abbahagyjuk a játékot, ha veszítünk, akkor tovább játszunk és feteszünk 2 zsetont a pirosra. Ha nyerünk, abbahagyjuk a játékot, ha veszítünk, akkor felteszünk 4 zsetont a pirosra. Ha nyerünk leállunk, ha veszítünk, akkor felteszünk 8 zsetont a pirosra stb. Számolja ki a nyereségünk (veszteségünk) várható értékét!
22. (Minimális kockázat rulettstratégia) A játékhoz összesen 1 zsetonra van szükségünk. Feltesszük például a pirosra az 1 zsetonunkat. Ha veszítünk, akkor abbahagyjuk a játékot, ha nyerünk, akkor felteszünk 2 zsetont. Ha veszítünk, akkor abbahagyjuk a játékot, ha nyerünk, akkor felteszünk a pirosra 3 zsetont stb. Addig játszunk, amíg a fekete vagy a 0 ki nem jön. Írja fel a nyeresés (veszteség) várható értékét szumma alakban!