# Rudas Anna:
# Véletlenül növekedő fák aszimptotikus vizsgálata
# ÖSSZEFOGLALÓ

PhD disszertációmban egy véletlen növekedő fa modell aszimptotikus viselkedését vizsgálom, mely modell az úgynevezett *preferential attachment* tulajdonság egy általánosítását valósítja meg.

Ebben a modellcsaládban a fa kezdetben pusztán egyetlen csúcsból, a gyökérből áll. Minden lépésben megjelenik egy-egy új csúcs, mely pontosan egy, már a fában jelen lévő csúcshoz csatlakozik. Azt a véletlen választást, hogy az új csúcs melyik másik csúcsot választja „szülőjéül”, a fában megfigyelhető fokszámok által meghatározott eloszlás szabályozza. Ezt a függést $w : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_+$, az úgynevezett *súlyfüggvény* testesíti meg, mely paramétere a modellnek. A jól ismert Barabási–Albert féle modell fa esete, tehát amikor az új csúcs csak egyetlen már létező csúccsal kapcsolódik össze, a mi modellcsaládunknak speciális esete, nevezetesen $w$ lineáris választásának felel meg.

A *lokális tulajdonságok* egy tipikus csúcs szomszédságát jellemzik. A disszertáció ezzel kapcsolatos központi eredményeit a 3.2 Tétel mondja ki, a következőképpen.

– Megadjuk a fokszámok aszimptotikus eloszlását, azaz egy (egyenletesen) véletlenül választott csúcs fokszámának határeloszlását.

– Meghatározzuk ezen kívül a véletlen csúcs alatt található részfa határeloszlását is.

– Végezetül megadjuk a teljes fa aszimptotikus eloszlását, a véletlen csúcsból nézve.

A *globális tulajdonságok* a fa egészét jellemzik, amint hosszú idő múlva tekintünk rá. Egy fix csúcsot hosszú idő után jellemző „népszerűségi mutató" aszimptotikus vizsgálata vezetett el egy bizonyos, a végtelen fa levelein értelmezett, véletlen $\mu$ mérték definíciójához, mely a fa növekedés egyik globális tulajdonságát írja le.
A $\mu$ mértékre vonatkozóan a következő eredményeket fogalmazzuk meg.

– A különböző generációkon értelmezett véletlen mértékek határ entrópiája (amint az idővel végtelenbe tartunk) egy valószínűséggel egy konstanshoz konvergál, amint a generációkon lépdelünk felfelé. Ezt a konstans $h$ értéket nevezzük a $\mu$ határmérték entrópiájának. Ezt az eredményt a disszertáció 4.1 Tétele mondja ki.

– A $\mu$ határmérték Hausdorff és pakolási dimenziója egy valószínűséggel megegyezik és konstans. Az entrópia és a dimenzió eleget tesznek a $dimension = \frac{entropy}{Ljapunov\,exponent}$ szokásos egyenlőségnek. Ezeken felül $\mu$ lokális dimenziója is megegyezik a Hausdorff-dimenzióval $\mu$-majdnem minden pontban. Ezt az eredményt a disszertáció 4.2 Tétele mondja ki.

– Végezetül a disszertáció 4.3 Tétele a $w$ súlyfüggvény ismeretében explicit képletet szolgáltat az entrópiára, és így a Hausdorff dimenzióra is.